



UTILIZAÇÃO DE TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO EM REDES  
DE ABASTECIMENTO DE ÁGUA


RUBEM PIRES


TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS  
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDER  
AL DO RIO DE JANEIRO, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS  
PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.)

APROVADA POR:

  
Pedro L.A. Guerrero Salazar  
Presidente

  
Carlos Mauricio Jatahy

  
Rui Carlos V. da Silva

  
Ronaldo Marinho Persiano

PIRES, RUBEM

Utilização de Técnicas de Otimização em Redes de  
Abastecimento de Água [Rio de Janeiro] 1979

VIII, 120 p. 29,7 cm (COPPE - UFRJ, M.Sc,  
Engenharia Civil, 1979)

Tese - Univ. Fed. Rio de Janeiro. Fac.  
Engenharia

1. Otimização I. COPPE/UFRJ II Título (série)

À minha esposa  
e filhos

### AGRADECIMENTOS

Ao Professor Pedro Guerrero, orientador da tese, pelo interesse e contribuição inestimáveis com que acompanhou todo o desenvolvimento deste trabalho.

Aos demais professores e colegas da COPPE/UFRJ e aos professores Eliaz Cinamon e Enio Tourasse da Escola Nacional de Saúde Pública R.J., pelas suas parcelas de contribuição.

À Universidade Federal do Pará (PICD/CAPES) e à Companhia de Saneamento do Pará (COSANPA) nas pessoas de seus diretores, pelo apoio prestado.

Finalmente, aos meus pais, pelo interesse, dedicação e estímulo com que sempre me acompanharam.

## RESUMO

O objetivo deste trabalho foi otimizar os subsistemas de adução e de distribuição num sistema de abastecimento de água. No subsistema de distribuição foram consideradas redes de distribuição ramificadas e redes de distribuição em malhas. Foram utilizados, de acordo com o modelo selecionado, modelos matemáticos de otimização, programação linear e/ou simulação.

Para cada sistema isolado, foram analisadas as metodologias tradicionalmente utilizadas e as propostas pelos modelos estudados, seguindo-se de aplicações em exemplos considerados.

As aplicações das metodologias apresentadas, foram realizadas nos projetos de abastecimento de água das cidades de Pedras e Igarapé Mirim, no Estado do Pará. Os resultados obtidos são apresentados e discutidos detalhadamente.

## Abstract

The objective of this study was to analyze the optimization techniques for the main line and the distribution network of an urban water supply system. In the distribution subsystem, it was considered a branched network and a closed-loop network. According to the selected model, it was used mathematical optimization (Calculus, linear programming) or simulation.

For each system, the traditional method were analyzed and the proposed method were also applied and the results were compared.

The application of the methodologies were for the projected systems of Ponta de Pedras and Igarapê-Mirim in state of Pará, Brazil. The results obtained were discussed detailed.

ÍNDICE

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO .....	1
1.1 - Generalidades .....	1
1.2 - Definições .....	2
1.3 - Objetivos .....	6
CAPÍTULO II - REVISÃO DA LITERATURA .....	8
2.1 - Adução por Recalque .....	8
2.2 - Rede de Distribuição Ramificada .....	12
2.3 - Rede de Distribuição em Malhas .....	15
CAPÍTULO III - METODOLOGIAS UTILIZADAS .....	19
3.1 - Adução por Recalque .....	19
3.1.1 - Prática Tradicional .....	21
3.1.2 - Modelos Propostos .....	27
3.2 - Rede de Distribuição Ramificada .....	36
3.2.1 - Prática Tradicional .....	36
3.2.2 - Modelos Propostos .....	38
3.3 - Rede de Distribuição em Malhas .....	56
3.3.1 - Prática Tradicional .....	57
3.3.2 - Modelo Proposto .....	61
CAPÍTULO IV - APLICAÇÃO .....	67
4.1 - Adução por Recalque .....	67
4.1.1 - Prática Tradicional .....	67
4.1.2 - Método considerando a não linearida- de da Função Custo .....	70
4.1.3 - Método da Despesa Anual .....	71

4.1.4 - Discussão dos Resultados obtidos...	74
4.2 - Rede de Distribuição Ramificada.....	76
4.2.1 - Dados .....	76
4.2.2 - Prática Tradicional .....	78 78
4.2.3 - Modelo Paramétrico .....	85
4.2.4 - Modelo de Programação Linear .....	88
4.2.5 - Discussão dos Resultados Obtidos...	94
4.3 - Rede de Distribuição em Malhas .....	97
4.3.1 - Dados .....	98
4.3.2 - Prática Tradicional .....	100
4.3.3 - Modelos Proposto .....	103
4.3.4 - Discussão dos Resultados Obtidos...	105
CAPITULO V - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES .....	114
BIBLIOGRAFIA .....	116



## I - INTRODUÇÃO

### 1.1 - Generalidades

O problema de abastecimento público de água está cada dia a merecer maior atenção. A solução de tal problema permite oferecer melhores condições de vida às populações, que passam a usufruir do seu uso, como também permite melhorar as condições higiênicas e de limpeza, promovendo o abaixamento do índice de mortalidade infantil e epidemias causadas por doenças de veiculação hídrica.

A implantação de um sistema público de abastecimento de água, qualquer que seja a sua magnitude, envolve investimentos de grande porte, desde o seu planejamento, projeto e execução das obras (custo de implantação), até a fase de utilização do sistema, ao longo do tempo (custo de operação e manutenção).

De todas as partes de um sistema de abastecimento de água, a rede de distribuição é uma das mais dispendiosas, chegando às vezes a envolver cerca de 50 a 60% do valor total do investimento para implantação do sistema, Deb et al (1971), uma vez que deve dispor geralmente de trechos em todas as vias públicas. Às vezes por motivos da situação topográfica e a disposição do traçado da cidade, pode-se necessitar de mais de uma rede independentes, e pelo mesmo motivo, para manter o equilíbrio de pressões, pode ser necessário uma rede para a parte elevada, outra para a parte baixa e ainda uma terceira para as demais zonas urbanas, e ainda numa mesma via, pode ser necessário duas redes, dependendo de uma série de fatores tais como,

largura da via pública, tipo de tráfego a que está sujeita, e outros.

Estes fatores podem levar a diversas alternativas e cabe ao projetista analisar cada uma delas para fazer opção pela que for mais econômica.

Usualmente o dimensionamento é feito utilizando experiências anteriores que permitem selecionar a priori (com base em certos critérios resultado dessas experiências), poucas alternativas que logo são analisadas e comparadas. Esse estudo pode ser demorado tornando-se dispendioso e não resultar numa solução ótima.

A análise econômica do dimensionamento de um sistema de distribuição de água pode ser ajudada com técnicas de otimização matemática e simulação (com uso de computação digital), com o objetivo de dimensionar o sistema de tal forma que os custos de implantação e inclusive de operação possam ser os mínimos possíveis. As técnicas de otimização permitem analisar um número bem maior de alternativas, que as oferecidas pelos métodos tradicionais, e de um modo mais rápido.

## 1.2 - Definições

Visando melhor compreensão, a seguir serão dadas algumas definições e conceitos relativos aos elementos que constituem um sistema de abastecimento de água.

a) Adução, é o sistema de canalizações que se destinam à condução de água desde o ponto de captação até a comunidade abastecida.

Se o manancial possui água em condições satisfatórias de potabilidade (o que geralmente não acontece), pode ser dispensável o tratamento da água e a adução será constituída de uma única adutora, como é mostrado na figura 1a. Havendo necessidade de tratamento, a adução será composta de duas adutoras sendo, uma delas a adutora de água bruta (água in natura) correspondendo ao trecho que vai da captação até a estação de tratamento, e a outra, a adutora de água tratada, que vai da estação de tratamento até a rede de distribuição, ou a um reservatório de distribuição como é mostrado nas figuras 1b e 1c.

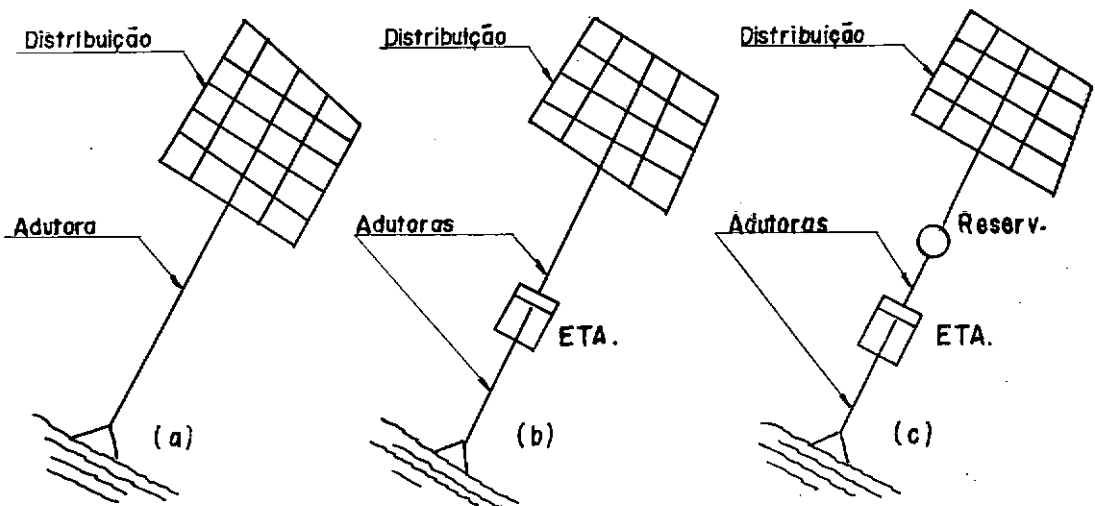


Fig. 1 - Sistemas de adução. a) Sistema de adutora simples sem tratamento; b) Sistema com duas adutoras com tratamento; c) Sistema com duas adutoras com reservatório e tratamento.

A adução pode ser por gravidade ou por recalque. Adução por gravidade é o sistema no qual o ponto de captação está situado em posição mais elevada que o ponto de consumo, sendo o transporte da água feito por efeito da gravidade, como é mostrado na figura 2a.

Adução por recalque, é o sistema no qual a água é conduzida sob pressão superior à da atmosfera, de um ponto para outro de cota mais elevada, por meio de uma estação elevatória, como é mostrado na figura 2b.

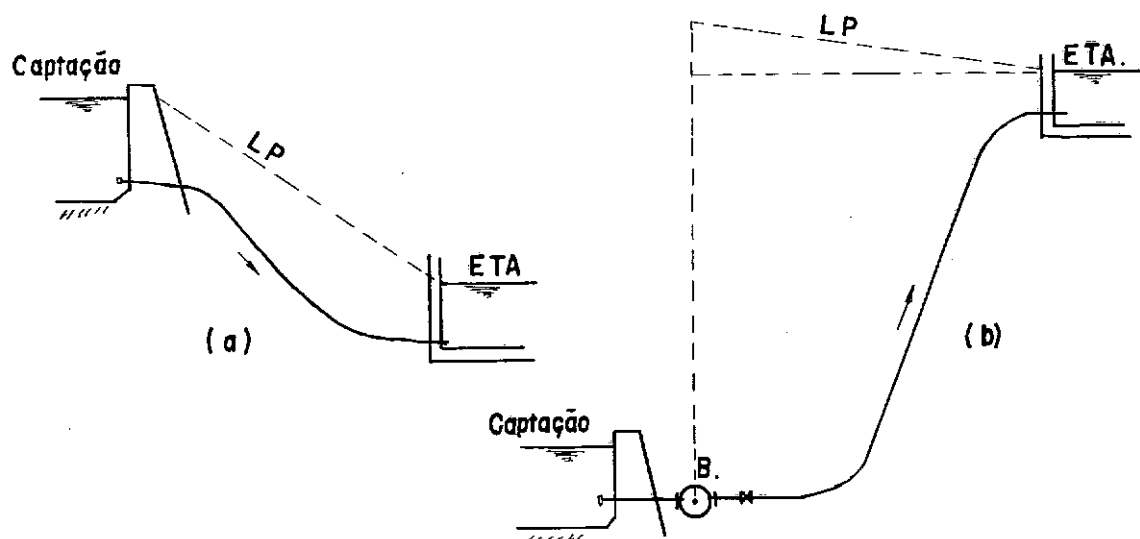


Fig. 2 - Sistema de adução. a) Adutora por gravidade em conduto forçado; b) Adutora por recalque.

b) Rede de distribuição, é o conjunto de tubulações que atendem diretamente aos diversos pontos de consumo, representados por prédios, hidrantes, fontes ornamentais, piscinas e outros pontos de consumo público.

Uma rede de distribuição constitui-se de tubulações-tronco ou principais que são alimentadas diretamente pela adutora ou pelo reservatório de distribuição, e pelas tubulações secundárias que partem das tubulações principais para os diversos pontos da cidade.

b.1) Rede de distribuição ramificada, é a que segue um traçado linear, sendo caracterizada por uma tubulação principal da qual partem tubulações secundárias transversais,

dando a forma de espinha de peixe. Nas tubulações secundárias, a água se desloca sempre no mesmo sentido isto é, da tubulação principal para as extremidades, como mostra a figura 3a. Se em pregam em pequenas cidades onde a extensão se dá acentuadamente em uma única direção, o que é característico de comunidades situadas às margens de rios e estradas.

Os sistemas em redes ramificadas têm também aplicação (bastante difundida) principalmente em áreas irrigadas (irrigação por aspersão) e parques industriais onde se necessita normalmente de demandas concentradas em pontos distintos.

b.2) Rede de distribuição em malha, é aquela cujas tubulações se desenvolvem formando uma verdadeira malha, nas quais a água pode se deslocar num ou noutro sentido, dependendo das solicitações de consumo.

As redes em malha se caracterizam normalmente por possuírem mais de um conduto principal, sendo que estes formam circuitos fechados ou anéis, como é mostrado na figura 3b. Dependendo do tamanho da cidade pode-se ter mais de um anel.

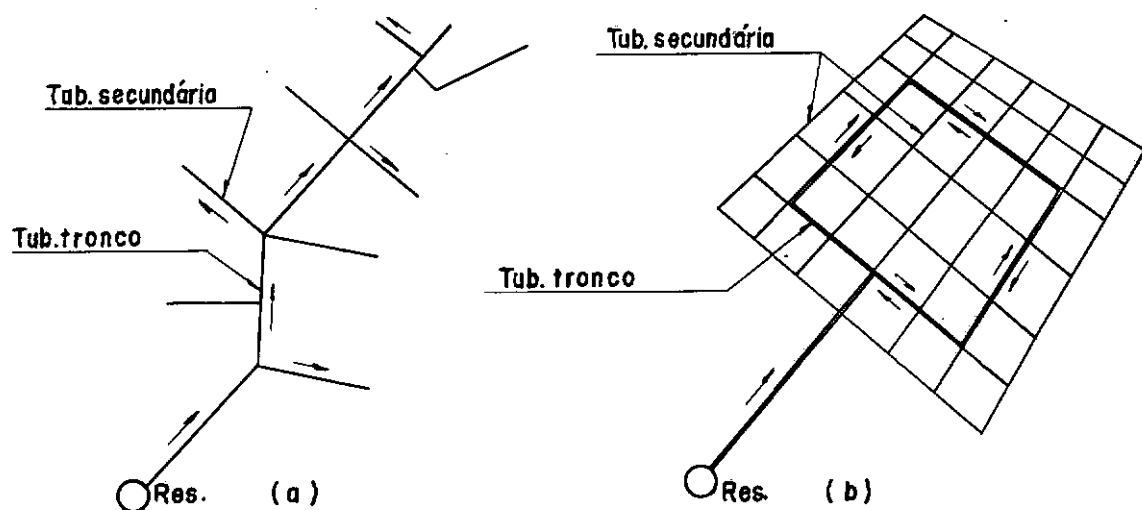


Fig. 3 - Sistema de distribuição. a) Rede ramificada;  
b) Rede em malhas.

### 1.3 - Objetivos

O presente trabalho tem como objetivo a apresentação e utilização de algumas técnicas de otimização desenvolvidas para o dimensionamento de rede de abastecimento público de água, levando em conta principalmente os custos de implantação do sistema, fazendo notar as vantagens que estas técnicas podem oferecer em relação às metodologias tradicionalmente utilizadas.

O presente trabalho se limitará, principalmente, à otimização dos custos de implantação do conjunto de tubulações que constituem o sistema (adução e rede de distribuição), isto é, determinando os diâmetros para os quais o custo do sistema seja mínimo, e ao mesmo tempo satisfaçam as condições hidráulicas de funcionamento. Não será tratado o que se refere à captação, resevação e tratamento, que por sua vez podem ser analisados cada um isoladamente ou no conjunto.

O estudo pretende ser feito em duas partes, a saber: a) Sistema de adução por recalque, e b) Sistema de rede de distribuição.

Na divisão acima indicada, no item (a) será tratado apenas o caso de adução por recalque, por envolver o caso mais complexo, e no item (b) será considerado o sistema de tubulações da rede funcionando sempre por gravidade, isto é, a partir de um reservatório elevado, que é o caso mais comunente encontrado na prática brasileira.

As fases de desenvolvimento do trabalho serão as seguintes:

- a) Análise dos sistemas através da metodologia tr  
dicionalmente utilizada para dimensionamento de  
rede de abastecimento de água.
- b) Análise dos sistemas através dos modelos e técni  
cas de otimização apresentados, visando obter os  
diâmetros ótimos para o sistema.
- c) Análise dos resultados obtidos e avaliação da va  
lidade e aplicabilidade dos modelos apresentados.

As metodologias a serem utilizadas são apresentadas  
no Capítulo III; os casos de aplicação são apresentados no Ca  
pítulo IV, e finalmente no Capítulo V são apresentadas as con  
clusões e recomendações.

## II - REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo será apresentado uma revisão da literatura, relativa ao assunto a ser estudado, de modo sucinto, onde não se pretende que seja abrangente, pois apenas são apresentadas as que consideramos como de maior importância em relação ao presente trabalho.

### 2.1 - Adução por Recalque

Partindo-se da premissa de que são conhecidos todos os parâmetros iniciais de cálculo, tais como vazão, coeficientes de perda de carga nas tubulações, custos por metro de tubulação e por unidade de potência instalada, é possível definir uma função de custo tal que, associada a uma fórmula de perda de carga qualquer, possa ser otimizada, satisfazendo a certas condições impostas pelo problema.

Para o dimensionamento econômico de uma adutora por recalque, tem sido usado tradicionalmente a fórmula de Bresse, como se vê em, Azevedo Netto et al (1973), Cauvin et al (1964), Dacach (1975) entre outros, apresentada na forma seguinte:

$$D = K \sqrt{Q} \quad (2.1)$$

sendo:

D = diâmetro da tubulação de recalque, em m;

Q = vazão de adução, em m<sup>3</sup>/seg;

K = um coeficiente, que será analisado mais adiante, no Capítulo III, e que depende do custo por Kg de tubulação,



custo por unidade de potência instalada na estação de recalque, do peso específico do líquido, do rendimento do equipamento de recalque, e do coeficiente de perda de carga.

Vários autores têm indicado como alternativa a equação de Vibert (1948) apresentada na França, como sendo melhor adaptável às condições técnicas e econômicas atuais, ver Dacach (1975) e Cauvin et al (1964) entre outros.

Essa equação tem a forma seguinte:

$$D = K (e/f)^{0,159} \cdot Q^{0,46} \quad (2.2)$$

sendo:

e = custo por kwh de energia consumida, em Cr\$,

f = custo por kg de tubulação, em Cr\$,

K = coeficiente que depende principalmente de:

- juros e amortização do capital investido,
- rendimento do equipamento de recalque, e
- tempo efetivo de funcionamento do sistema.

Valores práticos adotados para o coeficiente K, são apresentados por Dacach (1975).

No Brasil tem se desenvolvido alguns estudos visando a obtenção de modelos e métodos, que proporcionem projetos mais econômicos, os quais são apresentados a seguir.

Villela, et al (1961) apresentou um método para o dimensionamento econômico de uma adutora por recalque. O método é desenvolvido considerando uma equação de custo, que leva em conta o custo por kg de tubulação, o comprimento, o diâmetro, um coeficiente que considera as juntas, o custo das ins-

talações e equipamentos, e ainda, dois coeficientes que são va  
riáveis com o material da tubulação. Com o valor das perdas de  
energia correspondentes às perdas de carga e a equação de Con  
ti, chegou-se a uma expressão que dá a potência perdida  
por ano. O custo dessa perda representa uma anuidade, formado  
ra de um capital, num certo tempo em anos, a uma determinada  
taxa de juros. Esse custo anual associado ao custo da tubula-  
ção, resultará numa função que minimizada, fornece como resul-  
tado o diâmetro mais econômico do sistema.

Teles (1967) considerando a recuperação do custo do  
investimento global e o custo operacional do sistema, apresen-  
tou um processo para dimensionamento econômico de adutoras por  
recalque usando cálculo simples. Considerou inicialmente o cus-  
to da tubulação sendo proporcional ao peso, e este uma função  
direta do diâmetro. A relação peso-diâmetro é feita através de  
uma função de terceiro grau. Considerou também que o custo com  
energia elétrica é uma função linear da potência necessária. O  
valor correspondente ao custo total da tubulação associado a  
um tempo de retorno do capital investido, em anos, a uma taxa  
de juros, dá uma despesa anual. A associação dessa despesa a  
nual com a despesa de energia elétrica, resulta numa função a  
ser minimizada, dando como resultado o diâmetro ótimo para o  
sistema.

Carneiro (1976) apresentou um método para otimiz-  
ação dos custos de uma instalação de recalque, levando em conta  
a não linearidade da função custo, as características físicas  
da tubulação e os custos de bombeamento. Considerou o custo da  
tubulação como uma função do diâmetro, sendo essa relação fei-

ta através de um polinômio do segundo grau em D. Considerou o custo por HP instalado, como uma função do diâmetro e da velocidade de escoamento, sendo essa relação feita através de um polinômio de segundo grau em D. A associação desses custos resulta numa função de custo que deve ser otimizada. Para otimizar a função, Teles usou como ferramenta de cálculo a técnica dos operadores de Lagrange, obtendo um sistema de equações cuja solução dá como resultado o diâmetro ótimo para o sistema de recalque.

Magnani (1977) apresentou um método para dimensionamento econômico de adutoras por recalque onde utilizou o conceito de valor presente dos custos de onde efetua a atualização dos custos em anos diferentes, usando o critério do valor descontado, através de coeficientes de juros compostos da tabela Price. Considerou o custo da tubulação como uma função do custo unitário da tubulação e do diâmetro da mesma. Considerou separadamente os custos de consumo de energia elétrica e da demanda de energia elétrica num ano genérico, em termos de valor presente. Somando os custos de consumo e de demanda ao custo da tubulação, chegou a uma expressão que minimizada dá como resultado o diâmetro ótimo do sistema de recalque.

Neste trabalho, serão utilizados para aplicação, os métodos apresentados por Carneiro e Teles, considerando a vantagem que os mesmos apresentam, levando em conta os elementos básicos, tais como as características físicas e hidráulicas das tubulações, a potência do conjunto de recalque, custo atual das tubulações e do sistema de recalque, tempo de recuperação do capital investido, além de outros elementos que no caso da

equação de Bresse não são levadas em conta diretamente, uma vez que estão incluídas no valor médio de K, e que nem sempre leva a resultados adequados.

## 2.2 - Rede de Distribuição Ramificada

Como foi definido no item (1.2), as redes de distribuição ramificadas, apresentam uma disposição geométrica que facilita a aplicação das fórmulas de perda de carga. No Brasil pouco se tem feito no sentido de desenvolver novos métodos que possam levar a resultados ótimos, no caso do dimensionamento das redes ramificadas.

De acordo com Azevedo Neto, et al (1973), um método de cálculo das redes ramificadas pode ser baseado no conhecimento da vazão a montante de cada trecho para seleção dos diâmetros desses trechos, e do uso de uma vazão fictícia (sendo esta a vazão média em cada trecho) para o cálculo da perda de carga.

Outros autores como Neves (1970) e Dacach (1975), propõem tanto para o dimensionamento como para a perda de carga, apenas o uso da vazão fictícia, considerando que nos dois casos a perda de carga pode ser considerada a mesma. Neste trabalho, para efeito de aplicação, se usará o critério indicado por Azevedo Neto.

Swamee, et al (1973) e Deb (1973), baseados no conceito de custo mínimo, obtiveram a solução ótima para um sistema de tubulações em série. Neste caso, Deb usou o critério de custo mínimo apresentado por Cowan (1971) para um sistema de duas tubulações em série.

Deb (1974) estendeu o conceito apresentado por Cowan, e propôs um modelo para otimização de rede ramificada. Admitiu que, se for conhecida a perda de carga total do sistema, o custo das tubulações pode ser dado em função dessa perda. É possível determinar a perda de carga ótima na rede, e daí os diâmetros mais econômicos.

Outros modelos de otimização que têm sido desenvolvidos, para aplicação ao cálculo de redes ramificadas, são os que utilizam a técnica de programação linear.

Karmeli, et al (1968) propuseram um modelo para otimização de redes ramificadas utilizando programação linear, usando o conceito de carga piezométrica mínima e a equação de Hazen Williams. Foi definida uma função objetivo onde foi considerado, além dos custos das tubulações, os custos devido ao bombeamento (a carga da bomba é considerada variável de decisão). Foi usado linearização da função custo de bombeamento.

Gupta (1969) apresentou um modelo para otimização de rede ramificada, usando programação linear, no qual a carga da bomba não foi considerada na função objetivo. O algoritmo foi desenvolvido a partir da análise da equação de Hazen Williams que permite concluir que a perda de carga numa tubulação é diretamente proporcional ao comprimento da mesma.

Calhoun (1970) apresentou um trabalho no qual ilustra o uso de programação linear para otimização de redes ramificadas para abastecimento de água. Considerou dois casos: a) Sistemas por gravidade onde a altura da fonte é conhecida e o custo das tubulações é expresso em termos de perda de carga.

b) Sistemas por recalque onde a altura da fonte não é conhecida e o custo das tubulações e de energia da bomba são expressos em termos de comprimento de tubulação.

Case e White (1972) propuseram um modelo de otimização de rede de suprimento de água, usando programação linear. Formulou o problema considerando dois aspectos, o de demanda constante, e de demanda variável com o tempo. As variáveis de decisão consideradas são os comprimentos de cada um dos vários diâmetros de tubulação a ser usado no sistema, e a magnitude das perdas de carga requeridas para o equilíbrio das pressões.

Gupta, et al (1972) considerando um sistema de rede com múltiplos pontos de suprimento, apresentou um algoritmo usando programação linear, desenvolvido a partir de um modelo analógico de um sistema elétrico, regidos pelas mesmas equações. Com esse modelo foi possível utilizar programação linear num sistema com mais de uma fonte de suprimento.

Baseado em Karmeli (1968) e Calhoun (1970), Assy (1974) apresentou um trabalho onde mostra como utilizar programação linear na solução de redes ramificadas. Para aplicação da técnica, fez uma análise do sistema adutor metropolitano no norte-São Paulo.

Mais recentemente, Knowles, et al (1976) apresentaram a utilização de programação linear paramétrica para solução de grandes sistemas de abastecimento de água. Para utilização do método, o sistema inicial é subdividido em subsistemas menores, de modo que o número de restrições em cada sub

sistema seja aproximadamente o mesmo. Aí cada subsistema é analisado separadamente e encontrado uma solução ótima. A combinação de todos os resultados encontrados dará o ótimo total do sistema.

Alguns autores têm procurado formular o problema com utilização de programação dinâmica, Tung (1971) e Schaack Jr. et al (1969), cuja solução é bem mais trabalhosa. Neste trabalho serão utilizados os modelos apresentados por Deb, e a técnica da programação linear, ambos com vantagens sobre a metodologia tradicional, principalmente por considerar os custos das canalizações.

### 2.3 - Rede de Distribuição em malha

No caso das redes em malha, alguns trabalhos têm sido desenvolvidos, quer no sentido de facilitar a aplicação do método de Cross, ou no sentido de desenvolver modelos de otimização para solução de tais sistemas, com a utilização de computador digital.

Tong, et al (1961) introduziu o conceito de tubulação equivalente para o problema de minimização dos custos de uma rede de distribuição de água.

Baseados nos conceitos de Tong, Raman et al (1966) apresentaram um método para solução de rede de distribuição de água, baseado no conceito de comprimento equivalente. O método basicamente consiste em determinar o comprimento equivalente de uma tubulação de diâmetro padrão assumido arbitrariamente, com o coeficiente de perda de carga (Hazen Williams)  $C = 100$ ,

o qual dá a mesma perda de carga para a mesma vazão na tubulação existente. O diâmetro padrão é usualmente o de 8 polegadas.

Marlow, et al (1966) apresentaram um método para o cálculo de redes hidráulicas com uso de computador digital, análogo ao método de Cross, fazendo o equilíbrio de pressões. Basicamente, o método consiste em montar um sistema de equações cuja solução dá como resultados as pressões em cada nó da rede, daí obtém-se a distribuição das vazões em cada trecho da rede.

Jacoby (1968) apresentou um modelo para otimização de rede em malha. Considerou o problema como sendo um problema de otimização não linear inteira em face da função de custo e as restrições serem não lineares e as variáveis restritas a um conjunto de valores discretos. Com base no método apresentado por Marlow (1966) elaborou um programa para solução por computador, do problema de dimensionamento de redes em malha.

Assy, et al (1969) apresentaram um método para solução de rede em malha utilizando computador digital. Basicamente o método análogo ao método de Cross, procura montar um sistema de equações lineares, cuja solução corresponde aos resíduos da vazão, com os quais serão corrigidos as vazões inicialmente consideradas. O processo se repete até que a soma das perdas de carga na rede seja igual ou menor que um limite pré-estabelecido.

Deb, et al (1971) desenvolveram um modelo de otimização para redes hidráulicas utilizando o método do diâmetro



equivalente e introduziu o conceito de ótima superfície piezométrica, a partir da qual obtém-se o resultado ótimo.

Jatahy, (1973) apresentou um trabalho no qual analisou vários modelos matemáticos para o cálculo de redes hidráulicas através de computador, usando o método de Newton Rapson. O autor descreve cada modelo analisando sua lógica matemática e comentando sobre as principais vantagens e desvantagens a que estão sujeitos.

Swamee, et al (1974) mostraram através de uma análise dos métodos de tubulação equivalente, que algumas falhas são inerentes ao método por considerar a otimização para um único anel.

Alperovits e Shamir (1977) apresentaram um modelo de otimização para rede de distribuição de água, usando a técnica de programação linear. O sistema pode ser composto por uma rede com demandas conhecidas e pode ainda, conter válvulas, bombas e reservatórios. As variáveis de decisão incluem os parâmetros de projeto como diâmetro das tubulações, capacidade de bombas e altura dos reservatórios, e parâmetros operacionais, como bombas a ser operadas e conjunto de válvulas para cada condição de carga. A função objetivo inclui o custo do capital mais o valor presente dos custos de operação.

Cenedese et al (1978) apresentaram um método de otimização para rede de abastecimento de água, no qual caracterizou o problema não apenas usando as equações de continuidade e de perda de carga, mas também uma função objetivo de custo para a qual deve ser determinado o mínimo valor, levando em con-

ta que as equações de continuidade e de perda de carga devem ser automaticamente satisfeitas.

No presente trabalho será usado o método proposto por Marlow através da técnica de simulação. Entre as vantagens que justificam a seleção deste método podem ser citadas: Não é necessário fazer distribuição inicial de vazões nem definir o sentido do escoamento em cada trecho da rede, o que requer uma certa habilidade do projetista. Também é possível se ter uma idéia bem aproximada do custo da rede, uma vez que os custos totais são computados para cada diâmetro utilizado, nos diversos trechos.

### III - METODOLOGIAS UTILIZADAS

Neste capítulo se apresentará em forma detalhada o desenvolvimento matemático de cada um dos métodos a ser aplicado no trabalho.

A seleção de cada método aqui apresentado baseou-se num critério de escolha de modelos que pudessem ter aplicação direta no sentido prático, levando em conta, contudo que os fundamentos matemáticos aplicados no desenvolvimento de cada um, é de suma importância para a compreensão de cada resultado.

#### 3.1 - Adução por Recalque

Para dimensionar uma tubulação de recalque, os elementos disponíveis como dados iniciais são a vazão de adução Q, o comprimento L da tubulação (distância entre o ponto de captação e o reservatório de distribuição) e o desnível H.

Para o escoamento líquido são conhecidas duas equações, que são: a equação da resistência e a de continuidade, expressas respectivamente por

$$D.J. = \phi(V) \quad \text{e} \quad Q = S.V \quad (3.1)$$

sendo

D = diâmetro da tubulação, em m,

J = perda de carga unitária em m/m,

V = velocidade do líquido, em m/seg,

$Q$  = vazão aduzida, em  $m^3/\text{seg}$ ,

$S$  = área da seção transversal da tubulação, em  $m^2$ .

As variáveis que integram as equações (3.1) são em número de quatro a saber  $D$ ,  $Q$ ,  $V$  e  $J$ . Para que o problema possa ser hidraulicamente determinado, há necessidade de se conhecer pelo menos duas das variáveis, e no caso somente a vazão é conhecida, visto que o comprimento e o desnível não tem influência no dimensionamento da tubulação. O problema é portanto indeterminado, e para a solução do mesmo adota-se um dos critérios a seguir indicados, de acordo com Garcez (1960).

1º Critério: Adota-se um limite de velocidade máxima e elimina-se a indeterminação. Daí com a vazão conhecida e a velocidade adotada, obtem-se o diâmetro  $D$ . e a perda de carga  $J$ .

2º Critério: Admitindo uma condição de custo mínimo para o sistema de recalque.

No presente trabalho em que o interesse é a determinação do melhor diâmetro em termos de custo, será utilizado o segundo critério. A análise é feita considerando o custo total do sistema e a recuperação do capital aplicado.

Analizando um sistema de recalque, é fácil verificar que para uma determinada vazão  $Q$ , a variação do custo anual (valor do retorno do capital investido no sistema, incluindo juros e amortização) por metro de tubulação assentada, é diretamente proporcional ao diâmetro, enquanto a perda de carga é inversamente proporcional. Por outro lado, diminuindo a perda de carga, também diminui a potência requerida pelo con-

junto elevatório e consequentemente o custo total do sistema diminui como é mostrado graficamente na figura (4)

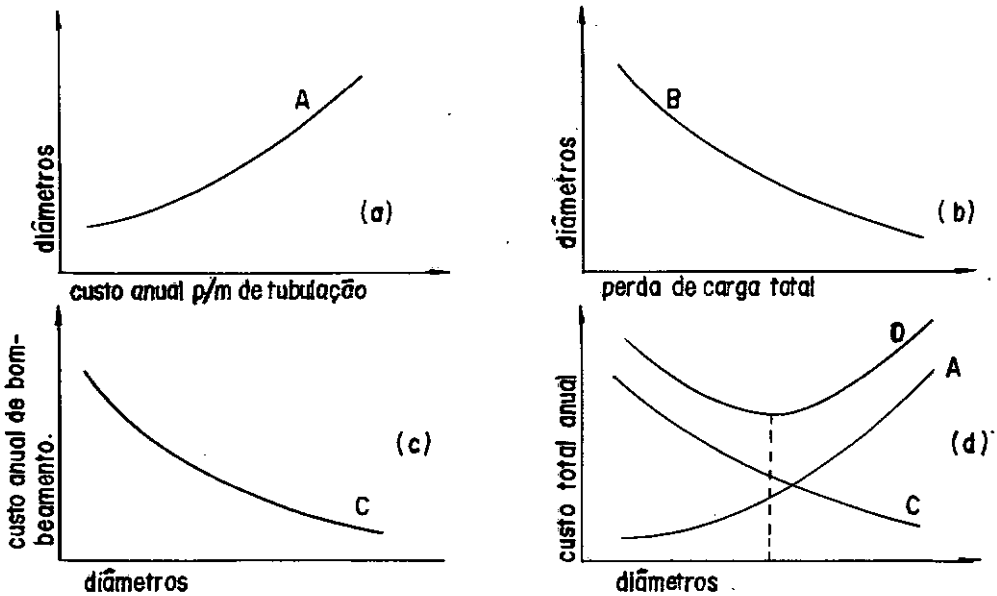


Fig. 4 - Análise de custos para instalação de recalque. (KUIPER, 1971)

Como resultado da análise acima descrita, se forem considerados vários diâmetros, é fácil chegar a uma solução gráfica indicando qual o diâmetro mais econômico para o sistema. Na figura (4), verifica-se que a soma das ordenadas das curvas (A) e (C), dá como resultado o custo total do sistema representado pela curva (D). essa curva passa por um ponto de ordenada mínima que define o diâmetro ótimo.

### 3.1.1 - Prática Tradicional

O dimensionamento de uma adutora por recalque, tem sido feito tradicionalmente, na prática, com o uso da fórmula de Bresse, dada pela equação (2.1).

A equação mencionada, define um diâmetro para o

qual o custo do sistema deveria ser mínimo, como se vê a se guir ao analisar o coeficiente K existente nessa equação, o qual envolve os custos de tubulação e do equipamento de recalque.

De acordo com Martins, (1973) pode-se considerar uma tubulação de diâmetro D, espessura (e), e comprimento L. O custo dessa tubulação pode ser expresso como uma função linear na forma

$$C_c = c_1 \cdot W \quad (3.2)$$

sendo

$C_c$  = custo total da tubulação, em Cr\$,

$c_1$  = custo por kg de tubulação, em Cr\$, e

W = peso da tubulação, em kg.

O peso W pode ser escrito em relação às dimensões da tubulação pela expressão

$$W = \gamma_c \pi (D+e)e \cdot L \quad (3.3)$$

sendo

$\gamma_c$  = peso específico do material da tubulação, em  $\text{kg/m}^3$ ,

e = espessura da parede da tubulação, em m,

D = diâmetro da tubulação, em m, e

L = comprimento total da tubulação, em m.

Levando o valor de W dado na equação (3.3) para a equação (3.2) e simplificando o segundo membro chega-se a

$$C_c = C_1 \cdot L \cdot D \quad (3.4)$$

sendo

$$C_1 = c_1 \gamma_c \pi \frac{D+e}{D} \cdot e \quad (3.5)$$

Considerando agora um conjunto de recalque, a potência  $N$  necessária para elevar a vazão  $Q$  a uma altura  $H$ , é dada por

$$N = \frac{\gamma_l \cdot Q \cdot H_{man}}{75\eta} \quad (3.6)$$

sendo

$N$  = potência em HP,

$\gamma_l$  = peso específico do líquido, em  $\text{kg/m}^3$ ,

$\eta$  = rendimento do conjunto elevatório, em %, e

$H_{man}$  = altura manométrica total, em m.

Se o custo por unidade de potência instalada do conjunto elevatório for expresso por  $C_2$ , pode-se dizer que o custo total do conjunto pode ser escrito, considerando uma variação linear, como

$$C_B = C_2 N \quad (3.7)$$

Na expressão (3.6) o termo  $H_{man}$  pode ser escrito como uma soma,

$$H_{man} = H_g + h_f + \Sigma \lambda \quad (3.8)$$

sendo

$H_g$  = altura geométrica (desnível), em m,

$h_f$  = perda de carga por atrito, dada em m, e

$\Sigma \lambda$  = total das perdas singulares, também em m.

Na prática as perdas singulares são muito pequenas em relação às perdas por atrito, podendo por isso ser desprezada. O valor da perda por atrito, pode ser expressa usando a equação de Darcy, em função da vazão  $Q$  e do diâmetro  $D$ , dada na forma

$$h_f = \frac{16 \cdot f}{2\pi^2 g} \cdot L \cdot \frac{Q^2}{D^5} \quad (3.9)$$

sendo

$f$  = coeficiente de atrito, e

$g$  = aceleração da gravidade, em  $m/seg^2$

Levando sucessivamente os valores de (3.9) ; para (3.8) e de (3.8) para (3.6), a equação (3.7) pode ser escrita como

$$C_B = C_2 \frac{\gamma_l Q}{75\eta} (H_g + \frac{16f}{2\pi^2 g} \cdot L \cdot \frac{Q^2}{D^5}) \quad (3.10)$$

Sendo o custo total da instalação de recalque dada pela soma  $C_t = C_c + C_B$  , se tem

$$C_t = C_1 L \cdot D + C_2 \frac{\gamma_l \cdot Q}{75\eta} (H_g + \frac{16f}{2\pi^2 g} L \frac{Q^2}{D^5}) \quad (3.11)$$



Derivando a equação (3.11) duas vezes em relação ao diâmetro, a segunda derivada será

$$\frac{d^2 C_t}{dD^2} = C_2 \frac{16 f L \gamma_\ell Q^3}{5 \eta \pi^2 g D^7} \quad (3.12)$$

expressão que será sempre positiva assegurando que para a primeira derivada nula, é satisfeita a condição de mínimo isto é

$$\frac{dC_t}{dD} = C_1 L - C_2 \frac{8 f L \gamma_\ell Q^3}{15 \eta \pi^2 g D^6} = 0 \quad (3.13)$$

Explicitamente obtém-se da equação (3.13) o valor do diâmetro D para o qual o sistema de recalque deverá ter o mínimo custo

$$D = \sqrt[6]{k \cdot f \cdot \frac{C_2}{C_1} \cdot \frac{\gamma_\ell}{\eta} \cdot \sqrt{Q}} \quad (3.14)$$

Fazendo agora

$$\sqrt[6]{k \cdot f \cdot \frac{C_2}{C_1} \cdot \frac{\gamma_\ell}{\eta}} = K \quad (3.15)$$

onde

$$k = \frac{8}{15} \pi^2 g^{-1}$$

chega-se a equação (2.1).

Como se pode ver, o coeficiente K independe do comprimento da tubulação e do desnível, dependendo apenas:

- do custo  $C_1$  da tubulação,
- do custo  $C_2$  do conjunto de recalque,
- do peso específico  $\gamma_l$  do líquido,
- do coeficiente de rugosidade  $f$  da tubulação, e
- do rendimento  $\eta$  do conjunto de recalque.

A experiência tem mostrado que a solução mais viável é a que dá um diâmetro  $D$  tal que para uma vazão  $Q$  proporcional a uma velocidade  $V$  em torno de 0,9 m/s, Dacach (1975).

O valor de  $K$  pode variar de lugar para lugar uma vez que o mesmo depende dos preços de materiais e equipamentos usados nas instalações.

No Brasil, para sistemas funcionando durante 24 horas, o valor de  $K$  varia entre 1,0 e 1,4 sendo normalmente usado o valor médio 1,2, Dacach (1975).

Para o caso de sistemas funcionando num período inferior a 24 horas, a equação (2.1) toma a forma a seguir como se vê em Dacach (1975), Azevedo Neto et al (1973) e Martins et al (1973) entre outros

$$D = 1,3X^{1/4} \sqrt{Q} \quad (3.16)$$

sendo

$X$  = a relação entre o número de horas de funcionamento diário do sistema e 24 horas.

Determinado o valor do diâmetro, em primeira aproximação, pela fórmula de Bresse, procede-se a uma análise econômica

nômica entre o valor calculado e outros diâmetros inferiores e superiores como é feito na aplicação. Essa análise serve como critério final para escolha do diâmetro mais viável.

### 3.1.2 - Modelos Propostos

A seguir serão apresentados os modelos de otimização utilizados para o cálculo de adutoras por recalque, que têm sido desenvolvidos paralelamente ao método de Bresse, como alternativas para seleção do melhor diâmetro, considerando critérios adicionais.

Esses modelos apresentam algumas vantagens sobre o método de Bresse, pois consideram diretamente todos os elementos básicos do projeto, sejam estruturais, hidráulicos ou de custo, tais como espessura da tubulação, tensão admissível e peso específico do material da tubulação, vazão, coeficiente de perda de carga, rendimento dos conjuntos de recalque, entre outros.

#### a) Método considerando a não linearidade da função custo

Este método foi inicialmente apresentado por Carneiro (1976), que usando multiplicadores de Lagrange, chegou a uma equação da forma:

$$2 \alpha_1 D^7 + \alpha_2 D^6 - 5 \beta_2 K^3 Q^3 = 0 \quad (3.17)$$

Neste trabalho será apresentado uma derivação mais simples usando apenas os conceitos do cálculo elementar, e chegando a resultado idêntico ao apresentado pelo autor.

Consideremos por exemplo, o gráfico mostrado na figura (4) que representa a solução gráfica de uma instalação de recalque sujeita às seguintes condições:

- altura geométrica de recalque - H,
- extensão da tubulação - L, e
- vazão aduzida constante - Q

Como se vê, a curva (A) representa a função de cústo da tubulação instalada, a curva (C) representa a função de custo do equipamento de recalque instalado e a curva (D) re-presenta a função do custo do sistema, que é dado pela soma das ordenadas de (A) e (C), isto é,  $(D) = (A) + (C)$ . Se forem conhecidas as funções de custo (A) e (C) é possível otimizar a função (D).

A determinação da função de custo (A) pode ser feita considerando que o custo de uma tubulação, como já foi visto, pode ser expresso pela equação (3.2) e o peso W expresso em função das dimensões da tubulação, como se vê na equação (3.3).

A espessura (e) pode ser escrita como uma soma

$$e = e_s + e_d \quad (3.18)$$

sendo

$e_s$  = espessura estrutural, em m, e

$e_d$  = espessura de desgaste também em m.

Levando o valor de (e) dado por (3.18) para a equação (3.3) e simplificando convenientemente chega-se a:

$$W = \gamma_c \cdot \pi \cdot D \cdot L (e_s + e_d) \quad (3.19)$$

Levando este último valor de W para a equação (3.2) chega-se à equação:

$$C_c = c_1 \gamma_c \pi D L (e_s + e_d) \quad (3.20)$$

A espessura estrutural pode ser calculada a partir do conceito de tensão como segue:

$$e_s = \frac{p \cdot D}{2 \sigma} = R \cdot D \quad (3.21)$$

sendo:

p = pressão na tubulação, em  $\text{kg/cm}^2$ ,

$\sigma$  = tensão admissível do material da tubulação, em  $\text{kg/cm}^2$ .

Levando o valor dado pela equação (3.21) para (3.20), e desenvolvendo, obtêm-se:

$$C_c = \alpha_1 D^2 + \alpha_2 D \quad (3.22)$$

onde

$$\alpha_1 = c_1 \gamma_c \cdot \pi L R \quad (3.23)$$

$$\alpha_2 = c_1 \gamma_c \pi L e_d$$

A equação (3.22) é a função de custo para a tubulação, graficamente representada pela curva (A) da figura (4).

Para determinar a função de custo para o conjunto de recalque, leva-se em conta que o custo poderá ser propor

cional (variação linear) à potência instalada, como é mostrado na equação (3.7).

A potência pode ser expressa em função do diâmetro e da vazão como segue:

$$N = \frac{\gamma_L Q}{75 \eta} \left( H_g + \frac{16 f L Q^2}{2 \pi^2 g D^5} \right) \quad (3.24)$$

Desenvolvendo o produto e simplificando, chega-se a

$$N = \delta_1 + \frac{\delta_2}{D^5} \quad (3.25)$$

onde

$$\delta_1 = 0,0133 \frac{\gamma_L Q H_g}{\eta} \quad (3.26)$$

$$\delta_2 = 0,0011 \frac{\gamma_L f L Q^3}{\eta}$$

Levando o valor obtido na equação (3.25) para (3.7) obtém-se:

$$C_B = C_2 \delta_1 + C_2 \frac{\delta_2}{D^5} \quad (3.27)$$

que pode ainda ser escrito na forma

$$C_B = \beta_1 + \beta_2 D^{-5} \quad (3.28)$$

onde

$$\beta_1 = \delta_1 C_2 \quad (3.29)$$

$$\beta_2 = \delta_2 C_2$$

A equação (3.28) é a função de custo para as instalações de recalque, graficamente representada pela curva (C) da figura (4).

O custo total do sistema será uma função dada pela soma das equações (3.22) e (3.28), graficamente representada pela curva (D) da figura (4).

$$C_T = \alpha_1 D^2 + \alpha_2 D + \beta_1 + \beta_2 D^{-5} \quad (3.30)$$

Na equação (3.30) temos uma função dependente apenas de uma variável, o diâmetro, isto é,  $C_T = f(D)$ . A segunda derivada dessa função é sempre positiva, o que assegura a condição de mínimo custo quando a primeira derivada é nula, isto é

$$\frac{dC_T}{dD} = 0 \quad \text{ou}$$

$$2 \alpha_1 D^7 + \alpha_2 D^6 - 5 \beta_2 = 0 \quad (3.31)$$

Como se vê, a equação (3.31) encontrada tem a mesma forma que a equação (3.17), apresentada por Carneiro. A diferença que se verifica no último termo dessas equações se deve ao fato de o autor, na equação (3.24), considerar o valor  $Q$  como  $SV$  da equação de continuidade, com isso a expressão (3.30) fica sendo uma função de  $D$  e de  $V$ .

A solução da equação (3.31) pode ser encontrada sem muita dificuldade, por método gráfico como foi apresentado pelo autor, ou numericamente resolvendo a equação de sétimo grau, como foi utilizado neste trabalho, nas aplicações.

b) Método da despesa anual

O método da despesa anual apresentado por Teles (1967), se baseia no retorno do capital de investimento, partindo da premissa que o capital investido na implantação do sistema, deve ter seu retorno dentro de um prazo pré-determinado, podendo esse prazo corresponder ao tempo de vida útil do próprio sistema.

Os parâmetros que serão considerados inicialmente como dados são:

- o tempo  $t$  em que o capital investido deverá ser recuperado,
- taxa anual de juros  $I$  para amortização,
- custos unitários de tubulação e equipamentos, e
- despesa com operação.

O método é desenvolvido a partir da expressão que calcula a amortização anual (juros compostos)

$$D'_a = C_c \frac{I(1+I)^t}{(1+I)^t - 1} \quad (3.32)$$

ou ainda, considerando o custo com operação

$$D_a = D'_a + C_o \quad (3.33)$$

sendo

$D'_a$  = amortização anual a ser paga (inclue juros), em Cr\$,

$D_a$  = despesa anual, em Cr\$;



$C_c$  = custo global do investimento para tubulação, em Cr\$,

$I$  = taxa anual de juros, em %,

$t$  = tempo de retorno do investimento, em anos, e

$C_o$  = custo anual com operação, em Cr\$.

Para uma adutora por recalque, o custo do investimento com as tubulações pode ser expresso por:

$$C_c = c_1 W_1 L \quad (3.34)$$

sendo:

$c_1$  = custo por kg de tubulação, em Cr\$

$W_1$  = peso por metro de tubulação, em kg, e

$L$  = comprimento total da tubulação, em m.

A despesa anual com o consumo de energia elétrica, pode ser muitas vezes superior à despesa com operação, tornando-se esta última desprezível, podendo-se escrever a parcela relativa ao custo com operação como:

$$C_o = c_2 N \quad (3.35)$$

sendo:

$c_2$  = custo da energia consumida por um HP de potência em um ano, em Cr\$, e

$N$  = potência do conjunto de recalque.

A potência  $N$  pode ser definida como na equação (3.6) onde a altura manométrica pode ser expressa por  $H_m = H_g + h_f$

(considerando que as perdas singulares podem ser desprezíveis). Fazendo uso da equação de Hazen-Williams, pode-se escrever para  $h_f$

$$h_f = 0,0021 L \frac{Q^{1,85}}{D^{4,87}} \quad (3.36)$$

O custo de uma tubulação é diretamente proporcional ao peso  $W_1$ , e este pode ser escrito como uma função do diâmetro da tubulação, Moraes et al (1969) e Teles (1967). Podemos escrever então:

$$W_1 = A_0 + A_1 D + A_2 D^2 \quad (3.37)$$

sendo:

$A_0$ ,  $A_1$  e  $A_2$  = constantes que dependem exclusivamente da classe da tubulação.

Os valores de  $A_0$ ,  $A_1$  e  $A_2$  foram analisados por Moraes (1969) e estão apresentados na tabela (I). Deve-se notar que Teles considerou o peso  $W_1$  através de uma equação cúbica, chegando ao final na equação a seguir:

$$D^{5,87} (3aD^2 + 2bD + c) = \beta/\alpha \quad (3.38)$$

onde:

$a$ ,  $b$  e  $c$  = coeficientes que dependem da classe da tubulação, e são mostrados na tabela (II) apresentada por Teles. (Ver tabelas I e II no capítulo IV).

Neste trabalho, será usado para o peso  $W_1$  a fórmula

ção de Moraes, através da equação quadrática (3.37). Esta simplificação não se considera crítica.

Substituindo convenientemente na equação (3.33) os valores expressos nas equações (3.34) a (3.37), obtêm-se:

$$D_a = c_1 L (A_0 + A_1 D + A_2 D^2) \frac{I(1+I)^t}{(1+I)^t - 1} + c_2 \frac{\gamma \cdot Q}{75} (H_g + 0,0021 L \frac{Q^{1,85}}{D^{4,87}}) \quad (3.39)$$

Na equação (3.39) a condição de mínimo ou máximo, deve ocorrer para a primeira derivada em relação a D, nula

$$\frac{d D_a}{d D} = c_1 L \frac{I(1+I)^t}{(1+I)^t - 1} (A_1 + 2A_2 D) - c_2 \frac{0,136}{\eta} L \frac{Q^{2,85}}{D^{5,87}} = 0 \quad (3.40)$$

que simplificando chega-se finalmente a

$$D^{5,85} (A_1 + 2 A_2 D) = \beta / \alpha \quad (3.41)$$

onde

$$\alpha = c_1 \frac{I(1+I)^t}{(1+I)^t - 1} \quad e \quad (3.42)$$

$$\beta = 0,136 c_2 \frac{Q^{2,85}}{\eta}$$

Como é fácil verificar, para a expressão (3.39) a segunda derivada é sempre maior que zero, o que assegura a condição de mínimo custo satisfeita, para o diâmetro calculado pela equação (3.41).

A equação (3.41) é similar à equação (3.38) obtida por Teles. A diferença entre essas equações é consequência da

consideração do peso  $W_1$  através de polinômios de segundo e terceiros graus.

Os valores da relação  $\beta/\alpha$  foram determinados para diâmetros comerciais de 50 mm a 700 mm, e encontram-se na tabela (III) apresentada por Teles.

Pode ser mostrado que os resultados obtidos com as equações (3.38) e (3.41) são semelhantes.

### 3.2 - Rede de Distribuição Ramificada

Neste item será apresentado com detalhes o desenvolvimento teórico dos métodos a serem utilizados neste trabalho, para dimensionamento de uma rede ramificada para a distribuição de água.

#### 3.2.1 - Prática tradicional

Para dimensionar uma rede ramificada de abastecimento de água, tem sido adotado na prática, um método sequencial que usa uma vazão média em cada trecho da rede e que se utiliza de uma planilha de cálculo, que será mostrado mais adiante, na qual são feitos implicitamente os cálculos necessários, para obtenção dos resultados, obedecendo uma sequência como se vê a seguir, de acordo com Azevedo Neto (1973) e Dacach (1975) entre outros.

1 - Consultando a planta da cidade, determina-se os comprimentos de todos os trechos da rede, os quais são limitados pelos pontos de cruzamento e pelas extremidades livres das tubulações.

2 - Com base nas curvas de nível registradas em planta, determina-se as cotas topográficas dos cruzamentos e das extremidades livres das tubulações.

3 - Numeram-se todos os trechos (a partir de 1) de acordo com o sentido crescente (decrecente) de vazões, de modo que o menor (maior) número seja alimentado diretamente pelo reservatório.

4 - Em uma planilha de cálculo, convenientemente preparada, registram-se todos os trechos dispostos em ordem numêrica, de modo que para cada um constem, o comprimento e as cotas topográficas, como se mostra na Capítulo (IV), na tabela (VI).

5 - Conhecidos a vazão e comprimento totais da rede, calcula-se a vazão de distribuição unitária  $q_u$  (vazão por metro de tubulação), dada pela relação  $q_u = Q/L_t$ , onde  $Q$  e  $L_t$  são respectivamente a vazão e o comprimento totais.

6 - Determina-se a vazão de distribuição em marcha  $q_m$  para cada trecho, que é obtida pelo produto do comprimento do trecho  $L_i$  pela vazão de distribuição unitária, isto é  $q_m = q_u \cdot L_i$ , onde  $L_i$  é o comprimento do trecho genérico  $i$ .

7 - Detremina-se as vazões de juzante para cada trecho da rede, considerano que toda extremidade livre tem vazão nula  $Q_{js} = 0$ . A vazão de juzante, quando diferente de zero, é dada pela soma das vazões a montante dos trechos adjacentes alimentados pelo trecho em estudo, isto é  $Q_{js} = \sum Q_{mt}$ .

8 - Detremina-se a vazão de montante de cada trecho, somando as vazões de juzante e em marcha no trecho.  $Q_{mt} = q_m L_i + Q_{js}$ .

9 - Determina-se em cada trecho a vazão fictícia, que é a semisoma das vazões a montante e a jusante no trecho:

$$Q_{fc} = (Q_{mt} + Q_{js})/2.$$

10 - Com a vazão de montante e respeitando os limites de velocidades determina-se os diâmetros para cada trecho, podendo-se usar para isso os valores da tabela (IV), Cap. (IV).

11 - Com a vazão fictícia, o diâmetro encontrado e o comprimento, determina-se a perda de carga no trecho usando uma equação de perda de carga qualquer (normalmente a de Hazen Williams), com um valor de C apropriado ao material da tubulação, fazendo uso de tabelas ou abacos já elaborados, como se vê em Azevedo Neto, (figura 14-3, e tabela 13-1).

12 - Com as cotas do terreno conhecidas e pela fixação da pressão mínima, a partir da cota piezométrica do ponto considerado como mais desfavorável, determina-se as cotas piezométricas de montante e de jusante de cada trecho, com base nas perdas de carga já definidas. As pressões em cada trecho, são as diferenças entre as cotas piezométricas e do terreno. No final da operação ficará definido o nível médio de água no reservatório, que corresponderá à cota piezométrica de montante do trecho de número mais elevado (menor).

Deve-se notar que não é considerado o fator custo diretamente, e sim o fator velocidade máxima permissível.

### 3.2.2 - Modelos Propostos

Para o caso de rede de distribuição ramificada, modelos de otimização têm sido propostos para um dimensionamento



ser determinada usando a equação de Hazen Williams na forma:

$$H_i = \frac{K_1 Q_i^p L_i}{C_i^p D_i^r} \quad (3.43)$$

sendo

$H_i$  = perda de carga no trecho  $i$ , em m,

$Q_i$  = vazão no trecho  $i$ , em  $m^3/\text{seg}$ ,

$L_i$  = comprimento do trecho  $i$ , em m,

$D_i$  = diâmetro do trecho  $i$ , em m,

$C_i$  = coeficiente de resistência,

$K_1$  = uma constante que depende do sistema de unidades considerado, e

$p$  e  $r$  = são dois expoentes, sendo seus valores iguais a 1,85 e 4,87 respectivamente.

O custo por unidade de comprimento de uma tubulação assentada, pode ser escrita como uma função direta do diâmetro na forma:

$$C_1 = K' D^m \quad (3.44)$$

sendo

$K'$  = coeficiente de custo da tubulação, e

$m$  = um expoente que depende do custo da tubulação.

Para um trecho  $i$  da rede, de comprimento  $L_i$  e diâmetro  $D_i$ , o custo será portanto:

$$C_{ci} = C_1 L_i = K' L_i D_i^m \quad (3.45)$$



Como se verifica, o custo da tubulação depende dos valores de  $K'$  e  $m$  que podem ser calculados como se vê a seguir:

Considerando a figura (6) e partindo da equação (3.3), o peso da tubulação pode ser escrito na forma:

$$W = \gamma_m \pi L D e \quad (3.46)$$

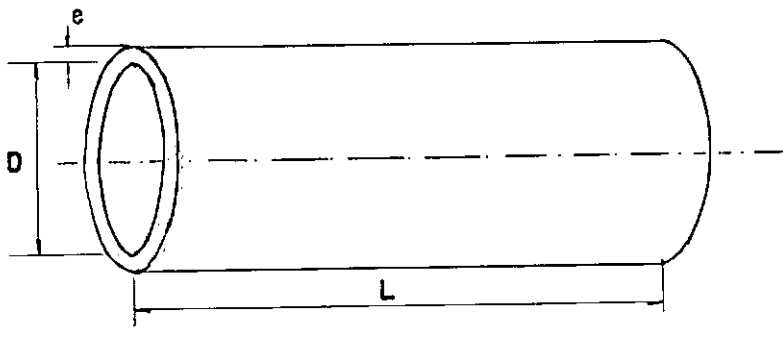


FIG. 6 - Tubulação com diâmetro  $D$ , espessura  $e$ , e comprimento  $L$ .

Para um comprimento unitário da mesma tubulação o peso será:

$$W' = \gamma_m \pi D e \quad (3.47)$$

Considerando o custo por kg de tubulação  $c_1$ , o custo por unidade de comprimento será:

$$C_1 = c_1 \gamma_m \pi D e \quad (3.48)$$

A espessura  $e$  pode se relacionar com o diâmetro, a través de uma função exponencial

$$e = k \cdot D^\alpha \quad (3.49)$$

Os valores  $k$  e  $\alpha$ , constantes da equação (3.49) po-

dem ser determinados graficamente como é mostrado na figura(7).

O procedimento para obtenção dos valores  $k$  e  $\alpha$  foi o seguinte:

1 - escrever a equação (3.49) na forma logarítmica ou  $\log e = \log k + \alpha \log D$ . Em papel di-log, marcação no eixo horizontal dos valores de  $\log D$  e no eixo vertical os valores de  $\log e$  correspondentes. Com esses elementos obtêm-se os pontos da curva como é mostrado na figura (7). A inclinação da curva correspondente ao expoente  $\alpha$  e a distância entre a origem dos eixos e a intersecção da curva com o eixo vertical define o parâmetro  $k$ . Na figura (7) são apresentadas as curvas correspondentes a tubos de P.V.C. em classe 12 e 15 respectivamente.

Com os valores  $k$  e  $\alpha$  determinados, substituindo no valor  $C_1$  da equação (3.48) o valor de  $e$  na equação (3.49) obtêm-se finalmente a equação (3.44), onde

$$K' = c_1 \gamma_m k \pi \quad e \quad (3.50)$$

$$m = \alpha + 1$$

Como se verifica, o valor  $K'$  se relaciona com o custo  $c_1$ , podendo portanto variar de lugar para lugar.

Obtendo o valor de  $D_i$  na equação (3.43) e levando para a equação (3.45) se chega a

$$C_{ci} = \frac{K' K_l^{m/r} Q_i^{pm/r} L_i^{1+(m/r)}}{C_i^{pm/r} H_i^{m/r}} \quad (3.51)$$

que representa o custo de um trecho de tubulação  $i$  qualquer.

Se for considerado o sistema mostrado na figura

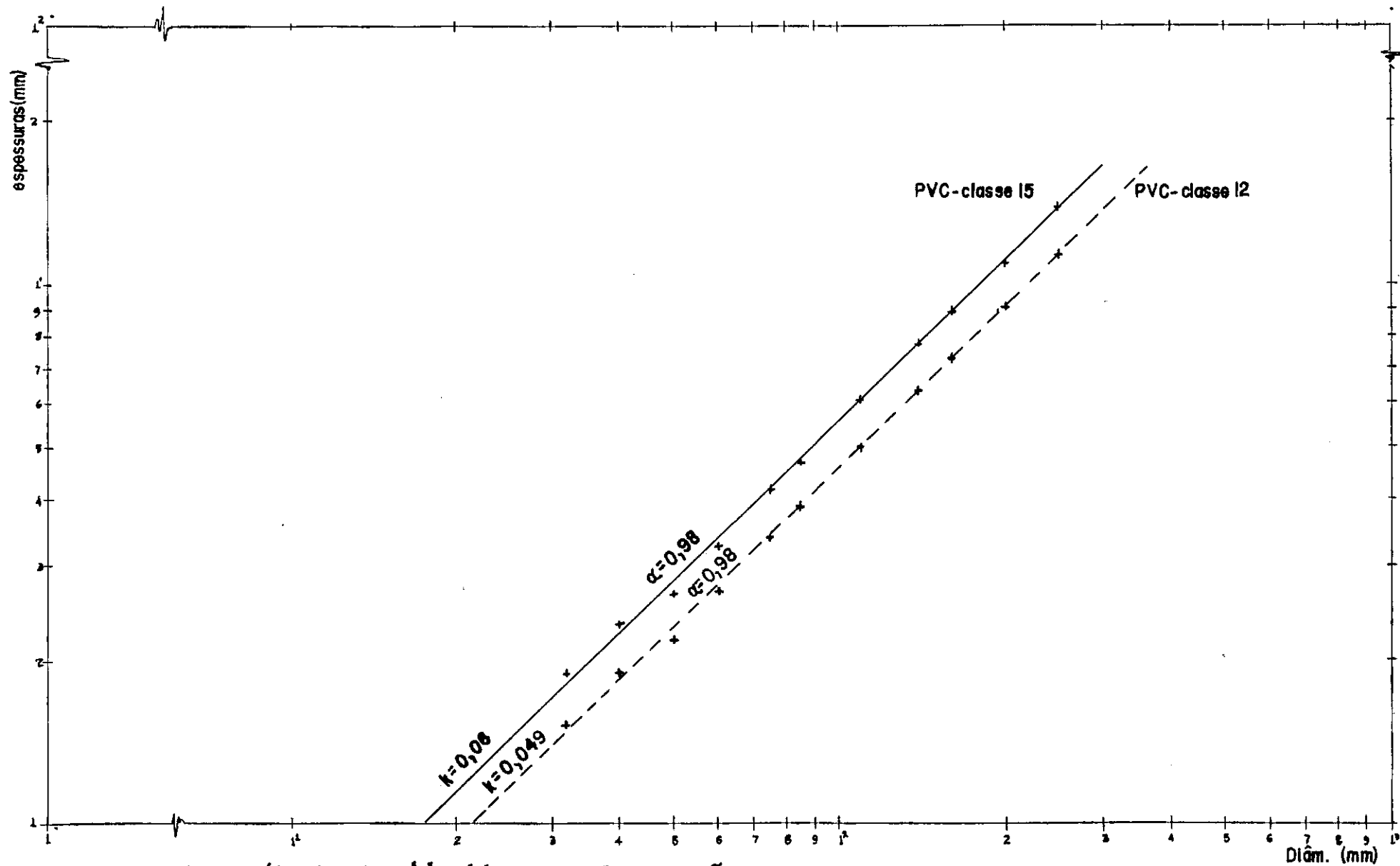


Fig. 7 - Determinação gráfica dos valores "k" e "α" da expressão  $e = k d^\alpha$

(5) contendo  $n$  tubulações em série, o custo total será expresso por

$$C_c = \sum_{i=1}^n C_{ci} = K' K_1^{m/r} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i^{pm/r} L_i^{1+(m/r)}}{C_i^{pm/r} H_i^{m/r}} \quad (3.52)$$

Se a perda de carga total no sistema é  $H$ , e se existe para cada trecho  $i$  um valor real  $r_i$  tal que  $H_i = H r_i$ , a equação (3.52) pode ser escrita

$$C_c = \frac{K' K_1^{m/r}}{H^{m/r}} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i^{pm/r} L_i^{1+(m/r)}}{C_i^{pm/r} r_i^{m/r}} \quad (3.53)$$

Como a perda de carga total  $H$  se distribui pelos diversos trechos do sistema, a equação (3.51) pode ser reescrita usando-se a relação  $H_i = H r_i$

$$C_{ci} = \frac{K' K_1^{m/r} Q_i^{pm/r} L_i^{1+(m/r)}}{H^{m/r} C_i^{pm/r} r_i^{m/r}} \quad (3.54)$$

Cowan (1971) mostrou que para o custo ótimo de um sistema de tubulações, a razão entre a perda de carga num trecho qualquer e a perda de carga total no sistema, deve ser igual à razão entre o custo do mesmo trecho e o custo total i.e.

$$\frac{H_i}{H} = \frac{C_{ci}}{C_c} = r_i \quad (3.55)$$

Deb (1974) utilizando o conceito acima mencionado, determinou o ótimo valor  $r_i$  para um sistema de tubulações em série. Assim, considerou a equação (3.55) para

$$\frac{C_{ci}}{C_c} = r_i \quad \text{e} \quad \frac{C_{cj}}{C_c} = r_j \quad (3.56)$$

Relacionando as expressões (3.56), substituindo pela equação (3.54) e simplificando chega-se à relação:

$$\frac{r_i}{r_j} = \left( \frac{Q_i C_j}{Q_j C_i} \right)^{pm/(m+r)} \frac{L_i}{L_j} \quad (3.57)$$

A partir da equação (3.55) é possível verificar que

$$\sum_{i=1}^n r_i = \sum_{i=1}^n \frac{H_i}{H} = 1 \quad (3.58)$$

Sendo conhecidos os valores de  $Q_i$ ,  $L_i$ ,  $C_i$  e  $Q_j$ ,  $L_j$ ,  $C_j$  os valores  $r_i$  para o custo ótimo do sistema podem ser calculados pela combinação das expressões (3.57) e (3.58)

$$r_i'' = \frac{\frac{r_i}{r_n}}{\frac{r_1}{r_n} + \frac{r_2}{r_n} + \frac{r_3}{r_n} + \dots + \frac{r_{n-1}}{r_n} + 1} \quad (3.59)$$

Para uma perda decarga total particular  $H$ , os valores  $r_i$  são calculados pela equação (3.59) e os valores  $H_i$  da equação (3.55). Com os valores de  $H_i$  conhecidos, determinam-se os diâmetros que satisfazem a condição ótima, usando a equação (3.43).

Se houver necessidade de uma carga residual no fim do sistema, a perda de carga  $H$  pode ser aumentada pelo aumento da carga de suprimento, o custo mínimo relativo das tubulações para as várias seções da rede pode diminuir, ao mesmo tempo o custo de bombeamento pode aumentar. Neste caso, combinando os custos de bombeamento e tubulações, é possível obter o valor ótimo da perda de carga  $H$ .

A equação (3.53) pode ser reescrita como:

$$C_c = \frac{K' K_1^{m/r}}{H^{m/r}} \cdot P \quad (3.60)$$

O custo do sistema de recalque expresso em termos de potência instalada pode ser escrito

$$C_B = C_2 N \quad (3.61)$$

sendo

$C_2$  = custo por HP instalado, em Cr\$, e

$N$  = potência instalada em Kw.

Escrevendo a potência  $N$  em termos de vazão  $Q$  e da carga de operação  $H_p = H + H_r$  onde  $H_r$  é a carga residual, a equação (3.61) pode ser expressa como:

$$C_B = C_2 \frac{13,333Q(H+H_r)}{\eta} \quad (3.62)$$

O custo de operação anual do sistema de recalque em termos da carga de operação, considerando esse custo equivalente ao custo do consumo anual de energia elétrica, pode ser escrito:

$$C_o = 13,333 C_2 \frac{Q(H+H_r)}{\eta} \quad (3.63)$$

Os fatores de recuperação do capital para as tubulações e bombeamento são dados respectivamente por:

$$R_1 = \frac{I(1+I)^{t_1}}{(1+I)^{t_1-1}} (1-s_1) + I s_1$$

$$R_2 = \frac{I(1+I)^{t_2}}{(1+I)^{t_2-1}} (1-s_2) + I s_2 \quad (3.64)$$

sendo

$I$  = taxa anual de juros, em %,

$t_1$  e  $t_2$  = tempo de aplicação do capital para tubulações e bombeamento respectivamente, em anos e

$s_1$  e  $s_2$  = taxa de seguro para tubulações e bombeamento respectivamente.

O custo total anual do sistema será obtido pela soma dos valores representados pelas equações (3.60), (3.62) e (3.63), com seus respectivos fatores de recuperação  $i$  e  $e$ .

$$C_T = R_1 \frac{K'_1 K_1^{m/r}}{H^{m/r}} P + 13,333 R_2 C_2 \frac{Q(H+H_r)}{\eta} + 13,333 c_2 \frac{Q(H+H_r)}{\eta} \quad (3.65)$$

Na equação acima, somente a perda de carga  $H$  é desconhecida e o valor ótimo desta variável pode ser calculado derivando a equação (3.65) e igualando a zero

$$H = \left[ \frac{\frac{m}{r} R_1 K'_1 K_1^{m/r} P}{13,333(R_2 C_2 + c_2) \frac{Q}{\eta}} \right]^{r/(m+r)} \quad (3.66)$$

Com base na análise feita para um sistema de tubulações em série, Deb (1974) estendeu o conceito para redes ramificadas, considerando que cada ramal pode ser considerado como um sistema de tubulações em série independente, como será mostrado a seguir.

Considere o sistema ramificado mostrado na figura (8), composto por dois ramais, contendo  $n_1$  e  $n_2$  tubulações, sendo conhecidos para todas elas, a vazão, o comprimento e o coeficiente  $C$ .

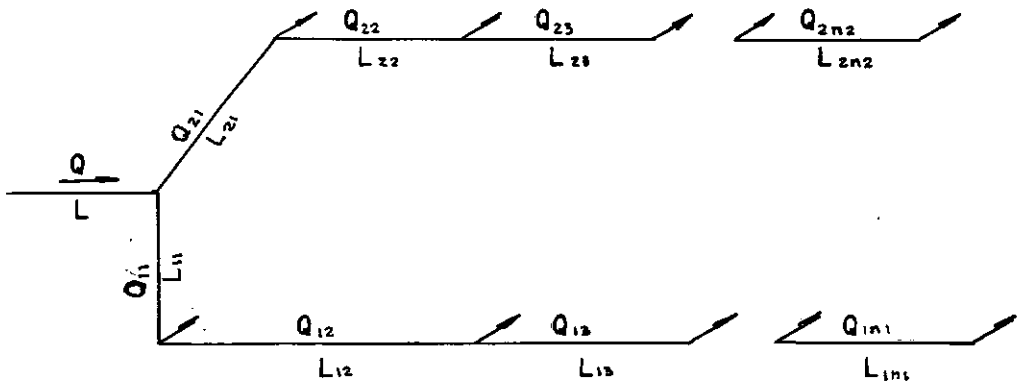


FIG. 8 - Sistema de tubulações ramificadas com uma única fonte de suprimento e várias demandas.

Os valores ótimos de  $r_i$  para os ramais podem ser calculados pelas expressões a seguir, considerando cada ramal separadamente.

Para o ramal 1

$$r_{1i}'' = \frac{\frac{r_{1i}}{r_{1n_1}}}{\frac{r_{1i}}{r_{1n_1}} + \frac{r_{2i}}{r_{1n_1}} + \dots + 1} \quad (3.67)$$

Para o ramal 2

$$r_{2i}'' = \frac{\frac{r_{2i}}{r_{2n_2}}}{\frac{r_{1i}}{r_{2n_2}} + \frac{r_{2i}}{r_{2n_2}} + \dots + 1} \quad (3.68)$$

Considerando agora para a tubulação comum o valor  $r_i$  como sendo  $r_1$ , os valores  $r_{1i}''$  e  $r_{2i}''$  podem ser escritos de forma modificada em função de  $r_1$ , tal que a soma dos valores  $r_i$  ao longo de cada ramal incluindo a tubulação comum seja igual a um. Essa modificação para satisfazer a condição na qual a perda de carga total do sistema através dos ramais 1 e 2,



deve ser igual a H. Os valores de  $r_{1i}$  e  $r_{2i}$  das equações (3.67) e (3.68) modificados são

$$\begin{aligned} r'_{1i} &= (1-r_1)r''_{1i} \quad e \\ r'_{2i} &= (1-r_1)r''_{2i} \end{aligned} \quad (3.69)$$

A equação (3.53) de custo total do sistema incluindo o trecho comum aos dois ramais pode ser escrita na seguinte forma:

$$C_c = \frac{K'K_1^{m/r}}{H^{m/r}} \left\{ \frac{G_1}{r_1^{m/r}} + \sum_{i=1}^{n_1} \frac{G_{1i}}{[(1-r_1)r''_{1i}]^{m/r}} + \sum_{i=1}^{n_2} \frac{G_{2i}}{[(1-r_1)r''_{2i}]^{m/r}} \right\} \quad (3.70)$$

onde

$$G_i = \frac{Q_i^{pm/r} L_i^{1+(m/r)}}{C_i^{pm/r}}$$

Para uma dada perda de carga total H, o termo  $K'K_1^{m/r}/H^{m/r}$  será constante e o valor ótimo para  $r_1$  será obtido igualando a primeira derivada da equação (3.70) a zero, uma vez que a segunda derivada é sempre positiva.

$$\begin{aligned} \frac{dC_c}{dr_1} &= \frac{K'K_1^{m/r}}{H^{m/r}} \left\{ - \frac{\frac{m}{r} G_1}{r_1^{(m/r)+1}} + \frac{\frac{m}{r}}{(1-r_1)^{(m/r)+1}} \cdot \left[ \sum_{i=1}^{n_1} G_{1i} r''_{1i}^{-m/r} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sum_{i=1}^{n_2} G_{2i} r''_{2i}^{-m/r} \right] \right\} = 0 \end{aligned} \quad (3.71)$$

Simplificando a equação acima chega-se ao valor de

$r_1$ :

$$\frac{1}{r_1} = 1 + \left( \frac{\sum_{i=1}^{n_1} G_{1i} r_{1i}^{n-m/r} + \sum_{i=1}^{n_2} G_{2i} r_{2i}^{n-m/r}}{G_1} \right)^{r/(m+r)} \quad (3.72)$$

O valor de  $r_1$  calculado acima, corresponde aos valores ótimos de  $r'_{1i}$  e  $r'_{2i}$  calculados pelas equações (3.69) e correspondem ao custo total mínimo das tubulações.

Se na equação (3.72) em vez de apenas dois ramais, forem considerados  $n$  ramais, a soma das parcelas do numerador no segundo membro se estenderá até

$$\sum_{i=1}^n G_{ni} r_{ni}^{n-m/r}, \text{ correspondente ao ramal de ordem } n.$$

Para aplicação do modelo descrito, partindo dos elementos de projeto conhecidos, tais como vazão, comprimento e coeficiente de resistência em cada trecho, e admitida uma perda de carga total na rede, o processo será o seguinte:

1 - Determina-se o valor do expoente  $m$  usado na equação (3.44), como foi mostrado anteriormente.

2 - Calcula-se os valores das relações  $r'_{ij}/r'_{in}$  para os ramais extremos, usando a equação (3.57).

3 - Calcula-se os valores  $r''_{ij}$  para cada um dos ramais extremos, usando a equação (3.59).

4 - Para todos os trechos da rede calcula-se o valor de  $G_{ij}$  usando a forma apresentada na equação (3.70).

5 - Calcula-se para todos os trechos a relação  $G_{ij}/r_{ij}^{n-m/r}$

6 - Calcula-se os valores  $r_{ij}$  para todos os trechos comuns a dois ou mais ramais extremos usando a equação (3.72).

A partir daí todos os valores  $r_{ij}$  calculados no item 3 são modificados usando as equações (3.69).

7 - Com os valores  $r_{ij}$  modificados repete-se o item 5 e assim por diante até o último ramal. Calcula-se o valor  $r_{ij}$  para este ramal, modifica-se todos os valores  $r_{ij}$  calculados por último e determina-se, finalmente, os valores das relações  $G_{ij}/r_{ij}^{m/r}$ , que aparecem na equação (3.72).

8 - Se a perda de carga não for conhecida, esta pode ser calculada usando a equação (3.66).

9 - Com os valores  $r_{ij}$  calculados para todas as tubulações e a perda de carga ótima  $H$ , conhecida, pode-se determinar a perda de carga em cada trecho da rede usando a relação  $H_{ij} = r_{ij}H$ .

10 - Com a perda de carga em cada trecho determinada, calcula-se os diâmetros usando a equação (3.43).

#### b) Modelo de Programação Linear

Atualmente há uma tendência muito grande para aplicação da técnica de programação linear na solução e análise de sistemas de abastecimento de água. O problema é desenvolvido com a finalidade de se encontrar os diâmetros de uma rede, para os quais o custo do sistema seja mínimo, mantendo as vazões e pressões especificadas em cada ponto de demanda.

Para análise do problema, considera-se a figura (9) que representa um sistema de tubulações ramificado com três pontos de demanda e uma fonte de suprimento. O sistema genericamente é constituído por um conjunto de  $M$  pontos de demanda

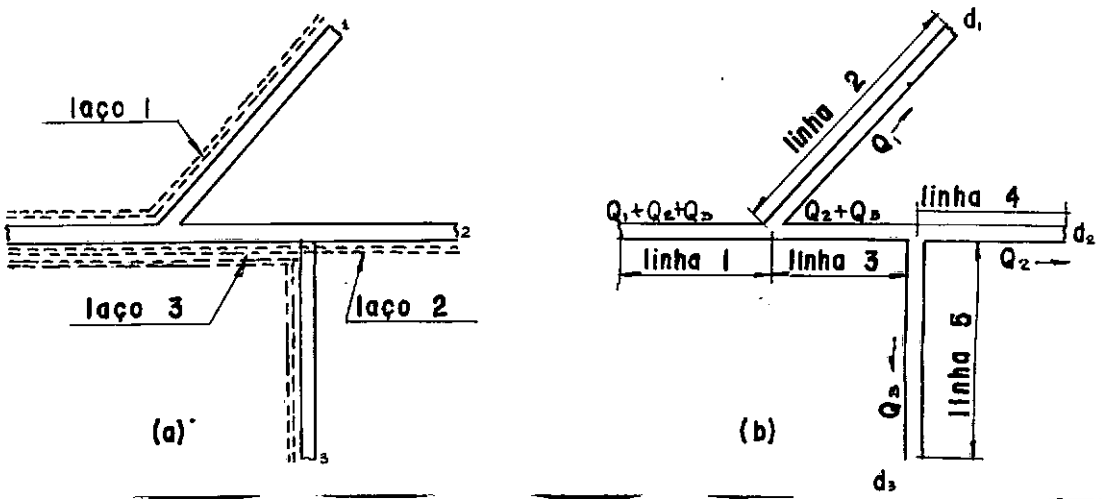


FIG. 9 - Sistema de tubulações ramificadas com uma única fonte de suprimento e três pontos de demanda.

$d_n$  indexados por  $n = 1, 2, \dots, M$ . Esses pontos de demanda são conectados à fonte de suprimento do sistema por um conjunto de  $M_1$  linhas com  $i$  trechos de tubulações com diferentes diâmetros.

O modelo como tem sido apresentado por Karmeli et al (1968), Gupta (1969), Case et al (1972) e Calhoun (1970) entre outros, consiste basicamente de uma função objetivo de custo a ser otimizada (minimizada), sujeita a um conjunto de restrições lineares. A consideração feita é que o sistema deve ser alimentado por apenas uma fonte de suprimento. A consideração ou não de bombeamento no sistema é independente, Assay (1974). Inicialmente não será considerado bombeamento na rede.

Conhecida a vazão de demanda em cada ponto, determina-se a vazão média em cada trecho da rede.

Em cada trecho de uma linha a perda de carga pode ser determinada por uma equação de resistência qualquer como a Hazen Williams dada por:

$$J = K Q^{1,85} C^{-1,85} D^{-4,87} \quad (3.73)$$

sendo:

$J$  = perda de carga unitária, em m/m,

$Q$  = vazão no trecho, em m<sup>3</sup>/seg,

$D$  = diâmetro do trecho, em m ,

$C$  = coeficiente de resistência, e

$K$  = um coeficiente que depende do sistema de unidades usado.

No sistema métrico pode assumir o valor 10,643, Azevedo Neto (1973).

Em cada linha pode haver  $G$  tubulações com diferentes diâmetros, indexados por  $i = 1, 2, \dots G$ . A cada diâmetro associa-se um fator de perda de carga  $C_i$ , um custo por unidade de comprimento  $C_1(m,i)$  e um comprimento  $L(m,i)$ , onde os índices  $(m,i)$  correspondem a um trecho  $i$  na linha  $m$ .

A perda de carga por atrito em uma linha qualquer será dada por:

$$H_{(m)} = \sum_{i=1}^G L_{(m,i)} J_{(m,i)} \quad (3.74)$$

O custo para essa mesma linha será:

$$C_{c(m)} = \sum_{i=1}^G C_{1(m,i)} L_{(m,i)} \quad (3.75)$$

Se o sistema é composto por  $M_1$  linhas, o custo total do sistema será então:

$$C_c = \sum_{m=1}^{M_1} \sum_{i=1}^G C_{1(m,i)} L_{(m,i)} \quad (3.76)$$

O problema agora consiste em determinar o conjunto  $L_{(m,i)}$  que minimizam a função  $C_c$ , mantendo as vazões e pressões requeridas nos pontos de demandas.

A formulação do problema de programação linear, é baseado no seguinte critério: Para determinar um conjunto de valores  $L_{(m,i)}$  e um  $P_{(o)}$ , sendo  $P_{(o)}$  a altura de carga da fonte de suprimento, de tal forma que a função  $C_c$  seja minimizada, se faz necessário atender as seguintes condições.

1 - Em todas as linhas, a soma dos comprimentos selecionados deve igualar ao comprimento da linha.

$$\sum_{i=1}^G L_{(m,i)} = L_{(m)} \quad m = 1, 2 \dots M_1 \quad (3.77)$$

2 - Em cada ponto de demanda a carga deve ser maior ou igual a um valor mínimo estabelecido.

$$P_{(n)} \geq P_{(n)\min} \quad (3.78)$$

Os valores  $P_{(n)}$  podem ser expressos em função de  $P_{(o)}$  e das linhas que compõem cada laço. Um laço é o conjunto de linhas que liga a fonte de suprimento a cada ponto de demanda.

$$P_{(n)} = P_{(o)} - \sum_{n'} \sum_{i=1}^G L_{(m,i)} J_{(m,i)} \quad (3.79)$$

onde  $n'$  é o número de trechos na trajetória de um laço desde 0 até  $n$ .

3 - Todos os valores  $L_{(m,i)}$  e  $P_{(o)}$  devem ser não negativos

$$L_{(m,i)} , P_{(o)} \geq 0 \quad (3.80)$$

Com as condições acima satisfeitas, pode-se estabelecer o problema como se vê a seguir: Determinar o conjunto de valores  $L_{(m,i)}$  que minimizam a função

$$C_c = \sum_{m=1}^{M_1} \sum_{i=1}^G L_{(m,i)} C_{1(m,i)}$$

sujeito às seguintes restrições:

$$1- \sum_{i=1}^G L_{(m,i)} = L_{(m)} \quad m = 1, 2, \dots, M_1 \quad (3.81)$$

$$2- P_{(o)} - \sum_n \sum_{i=1}^G L_{(m,i)} J_{(m,i)} \geq P_{(n)min}$$

$$3- P_{(o)} \geq 0 , P_{(n)} \geq 0$$

$$4- L_{(m,i)} \geq 0$$

O modelo representado pelas equações (3.81) pode ser escrito de forma simplificada sob a forma de matriz genérica, Calhoun (1970):

$$F.O. \quad C = C_1 L_1 + C_2 L_2 + \dots + C_N L_N$$

$$RESTR. \quad a_{11} L_1 + a_{12} L_2 + \dots + a_{1j} L_j \quad (< = >) \quad b_1$$

$$a_{21} L_1 + a_{22} L_2 + \dots + a_{2j} L_j \quad (< = >) \quad b_2$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$a_{i1} L_1 + a_{i2} L_2 + \dots + a_{ij} L_j \quad (< = >) \quad b_i$$

$$L_1 > 0 \quad L_2 > 0 \quad \dots \quad L_j > 0$$

$$P_{(n)} > 0$$

$$P_{(o)} > 0$$

(3.82)

Para utilização de um modelo de programação linear, é indispensável o uso de computador eletrônico, dado as dificuldades crescentes para solução manual, à proporção que o número de restrições aumenta.

O método comumente usado para resolução de problemas de programação linear, é o algoritmo Simplex. Este algoritmo é um método geral para solução de tais problemas. Prado (1974) e Puccini (1978).

No presente trabalho, para efeito de aplicação será usada a formulação geral apresentada, e para a solução da matriz linear formada pela função objetivo e as restrições, será utilizado o programa Tempo, implantado no sistema B6700 do NCE-UFRJ. Obando (1976).

### 3.3 - Redes em Malhas

Como foi citado em Capítulo anterior, um sistema de rede em malhas consiste no caso mais comumente encontrado na prática. As vazões não seguem sempre a mesma direção através das tubulações e as equações usadas, não sendo lineares, têm criado obstáculos para o desenvolvimento de modelos de otimização. Com o advento dos computadores, tem-se utilizado muito destes e só assim tem sido possível desenvolver modelos que possibilitam a simulação, para redes em malhas, visando uma otimização, com razoável economia de tempo e mão-de-obra. Neste trabalho se pretende apresentar o método de Cross com desenvolvimento manual, como tem sido feito e o método de simulação, utilizando o modelo de linearização apresentado por Marlow, fazendo uso de computador digital.



### 3.3.1.- Prática tradicional

O dimensionamento de uma rede em malhas para distribuição de água, pode ser feito utilizando o método de Cross que equilibra vazões, como é mostrado em Martins et al (1973), Azevedo Neto et al (1973) e Dacach (1975). O método, como já foi mencionado, é aplicado às redes onde as tubulações principais formam circuitos fechados ou anéis. Como dados iniciais para o cálculo, devem ser conhecidos os comprimentos dos trechos, as vazões requeridas nos diversos pontos de demanda (vazões no nós), cota do terreno em cada nó, e uma pressão mínima a ser mantida nos pontos de demanda. Conhecidas as demandas em cada nó, define-se a vazão total do sistema, a partir da qual se assume uma distribuição de vazões inicialmente, através dos diversos trechos da rede, e então os diâmetros são estabelecidos para cada trecho.

A marcha de cálculo para utilização do método de Cross é dada a seguir, considerando o esquema mostrado na figura (10).

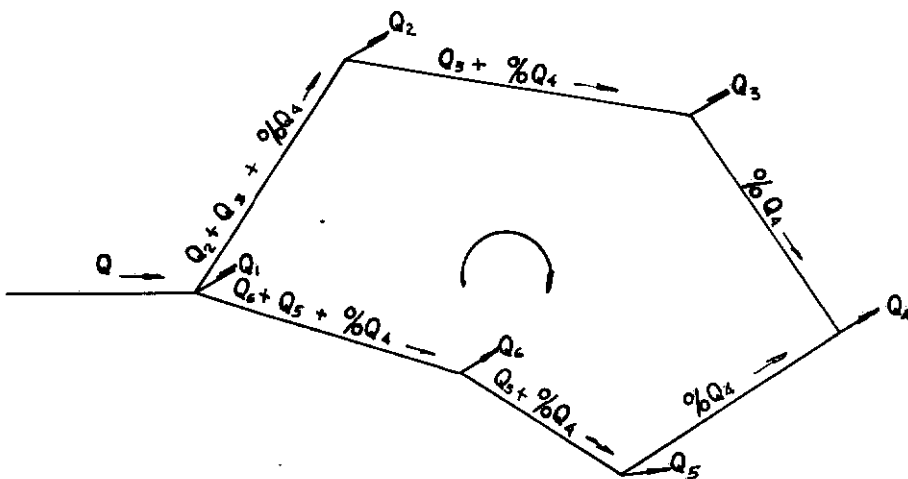


FIG. 10 - Distribuição de vazões num anel tendo um ponto de suprimento e várias demandas.

1 - Com a vazão total  $Q$  e as demandas  $Q_i$ , sendo  $i = 1, 2, \dots, n$ , conhecidas, escolhe-se de maneira criteriosa a posição do "ponto morto, tal que os percursos percorridos pela água, desde o ponto de alimentação até o ponto morto, sejam aproximadamente iguais - chama-se ponto morto, ao ponto da rede para o qual a água se dirige por mais de uma direção - o ponto D na figura (10).

2 - Estabelecem-se para os trechos de um certo percurso de água, entre o ponto de alimentação e o ponto morto, vazões positivas e para o outro percurso vazões negativas. É comum se considerar positivas; as vazões que seguem a direção horária.

3 - A partir da distribuição inicial de vazões e com base nos limites de velocidade ou na limitação de cargas disponíveis, define-se os diâmetros para os diversos trechos da rede.

4 - Considerando a vazão, o comprimento, o diâmetro e o coeficiente de resistência, calcula-se a perda de carga  $h_f$  para cada trecho, considerando o mesmo sinal da vazão. Essa perda de carga pode ser expressa por uma fórmula qualquer de resistência e pode ser escrita de um modo geral por

$$h_f = r \cdot Q^n \quad (3.83)$$

onde

$h_f$  = perda de carga no trecho, em m,

$r$  = constante obtida para o trecho em função do diâmetro, da expressão e da fórmula adotada,

$Q$  = vazão no trecho, em  $m^3/\text{seg}$ ,

$n$  = expoente que depende da fórmula usada.

Para a fórmula de Hazen-Williams, por exemplo

$$h_f = \left[ \frac{L}{(0,2785 C)^{1,85} D^{4,87}} \right] Q^{1,85} \quad (3.84)$$

onde

$L$  = comprimento do trecho, em m,

$C$  = coeficiente de Hazen-Williams, e

$n = 1,85$

5 - Somam-se as perdas de carga calculadas para todos os trechos do anel  $i \cdot e'$ .

$$\sum h_f = \sum i \cdot Q^n \quad (3.85)$$

Se as vazões adotadas inicialmente fossem as definitivas, a soma das perdas de carga, em todos os laços, seria nula, e teríamos:

$$\sum h_f = 0 \quad (3.86)$$

Ocorre na realidade que na primeira tentativa a soma das perdas é geralmente diferente de zero  $i \cdot e'$ .  $\sum h_f \neq 0$ . Neste caso é necessário introduzir uma correção nas vazões pré-estabelecidas para se obter a condição expressa pela equação (3.86).

Para se determinar a expressão que define o valor da correção usa-se o critério a seguir.

Seja  $\Delta Q$  o valor da correção a ser introduzida nas vazões inicialmente adotadas. Usando a equação (3.86) é possível escrever que

$$\sum h_f = \sum r (Q_o + Q)^n = 0 \quad (3.87)$$

sendo  $Q_o$  a vazão inicial no trecho.

Desenvolvendo a expressão nos parênteses e considerando que o valor  $\Delta Q$  é bastante pequeno, as suas potências iguais ou maiores que dois tornam-se desprezíveis e a equação (3.87) pode ser escrita

$$\sum r (Q_o^n + n Q_o^{n-1} \cdot \Delta Q) = 0 \quad (3.88)$$

Tirando o valor  $\Delta Q$

$$\Delta Q = - \frac{\sum r Q_o^n}{\sum_n Q_o^{n-1}} \quad (3.89)$$

ou ainda considerando a equação (3.85) chega-se finalmente a

$$\Delta Q = - \frac{\sum h_f}{\sum_n \frac{h_f}{Q_o}} \quad (3.90)$$

Se o valor  $\Delta Q$  for grande em relação a  $Q_o$ , significa que a primeira tentativa de distribuição de vazões não foi satisfeita e efetua-se então a correção de  $Q_o$ , com o valor  $\Delta Q$  obtendo-se um novo valor para  $Q_o$ . Em seguida repete-se o processo tantas vezes quantas forem necessárias, até que o valor  $\Delta Q$  se torne desprezível.

Embora o processo citado seja de relativa simplicidade

de, dependendo da habilidade do projetista na distribuição inicial das vazões, ele pode apresentar algumas deficiências, como as citadas a seguir.

- O dimensionamento não garante resultado ótimo para a rede.

- O dimensionamento apenas satisfaz aos critérios hidráulicos, sendo os custos deixados à parte.

- Torna-se indesejável fazer várias alternativas nos valores iniciais a fim de pesquisar qual a solução mais econômica.

### 3.3.2 - Modelo Proposto

Como foi mencionado no Capítulo (I), um dos processos que pode ser utilizado em otimização, é a técnica de simulação.

De acordo com Shimizu (1975), simulação é essencialmente um trabalho com analogias. É um processo de imitar uma realidade através de um modelo.

Simulação simbólica que será usada neste trabalho, é a que não conserva no modelo as características físicas do sistema real, nesse caso a parte lógica do sistema real que é conservada é expressa através de equações matemáticas onde as variáveis representam os componentes do sistema.

Uma grande vantagem da técnica de simulação é possibilitar a priori, se conhecer o funcionamento do sistema real, sujeito às mais diversas condições, sem que este seja primeiro executado. No caso da rede em malha se precisa de um modelo

que solucione a rede.

O modelo a ser usado neste trabalho, é o proposto por Marlow (1966), já citado no Brasil por Avelar (1969), que soluciona em computador digital o problema de uma rede em malhas, usando um método iterativo que faz o balanceamento de pressões, em vez de vazões como é a prática comum. Como todo processo iterativo, ele parte de uma solução inicial que no caso, é uma distribuição de pressões, que é assumida à vontade, sendo ajustada no decorrer das iterações.

Os dados de entrada para o modelo são considerados em três grupos; (1) dados geométricos, que incluem comprimento e diâmetro das tubulações, número de nós; (2) dados hidráulicos como demanda nos nós, pressão requerida nos nós, coeficientes de perda de carga nas tubulações; e finalmente (3) dados de custos que incluem os custos das tubulações, acessórios e mão de obra.

O método consiste basicamente no seguinte: A partir dos dados do problema, é montado um sistema de equações não lineares, a partir da aplicação da fórmula de Hazen-Williams para cada nó da rede, associada à condição de continuidade. A matriz dos coeficientes deste sistema de equações é simétrica e linearizada pelo processo apresentado por Marlow, como será visto mais adiante. A solução do sistema de equações lineares pode ser obtida por qualquer processo (no caso deste trabalho foi utilizado o método de Gauss-Seidel).

Após haverem sido equilibradas as pressões nos nós, então serão determinadas as vazões ao longo das tubulações nos

diversos trechos. A partir das pressões calculadas, são determinadas também as linhas piezométricas e as pressões disponíveis em cada nó.

A seguir será apresentado com detalhes, o desenvolvimento do processo de linearização proposto por Marlow para solução de uma rede de distribuição em malhas.

Vamos considerar a figura (11), que representa uma rede em malha, composta por dois anéis.

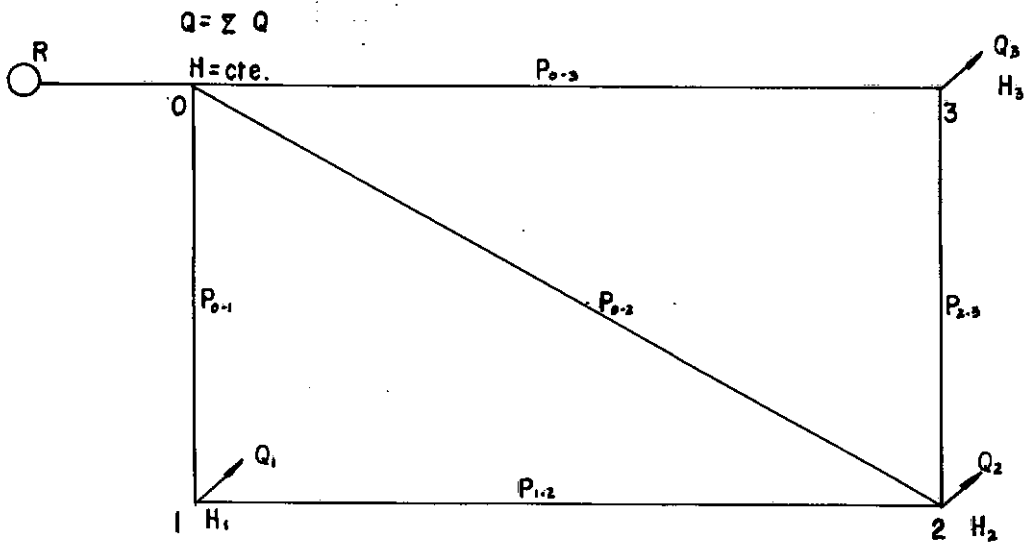


FIG. 11 - Rede em malha composta por dois anéis de distribuição.

A fórmula de Hazen-Williams aplicada a cada trecho da rede pode ser escrita na forma:

$$V = 0,355 C D^{0,63} J^{0,54} \quad (3.91)$$

sendo:

$V$  = velocidade da água, em m/seg,

$D$  = diâmetro da tubulação, em m,

$J$  = perda de carga unitária, em m/m e

$C$  = coeficiente de resistência.

A partir da equação (3.91) é possível escrever a vazão que flui num trecho de tubulação pela equação

$$Q_{ij} = \frac{(H_i - H_j)^{0,54}}{P_{ij}} \quad (3.92)$$

sendo

$$P_{ij} = \frac{3,597 \cdot L^{0,54}}{C D_{ij}^{2,63}} \quad (3.93)$$

onde

$Q_{ij}$  = vazão no trecho  $ij$ , em  $m^3/\text{seg}$ ,

$H_i$  e  $H_j$  = pressões nos pontos extremos de um trecho  $ij$ ,  
em m,

$P_{ij}$  = fator de resistência da tubulação,

$D_{ij}$  = diâmetro da tubulação  $ij$ , em m, e

$L_{ij}$  = comprimento do trecho  $ij$ , em m.

Supondo que a demanda em cada nó pode ser suprida por todos os trechos que concorrem para esse nó, pela condição de continuidade é possível escrever:

$$Q_{01} + Q_{12} = Q_1$$

$$Q_{12} + Q_{02} + Q_{23} = Q_2 \quad (3.94)$$

$$Q_{23} + Q_{03} = Q_3$$

Levando em conta a equação (3.92), o sistema de e-



quações (3.94) pode ser escrito como segue:

$$\begin{aligned} \frac{(H_o - H_1)^{0,54}}{P_{01}} + \frac{(H_2 - H_1)^{0,54}}{P_{12}} &= Q_1 \\ \frac{(H_o - H_2)^{0,54}}{P_{02}} + \frac{(H_1 - H_2)^{0,54}}{P_{12}} + \frac{(H_3 - H_2)^{0,54}}{P_{23}} &= Q_2 \\ \frac{(H_o - H_3)^{0,54}}{P_{03}} + \frac{(H_2 - H_3)^{0,54}}{P_{23}} &= Q_3 \end{aligned} \quad (3.95)$$

Multiplicando e dividindo o primeiro membro das equações (3.95) por  $(H_i - H_j)^{0,46}$  e fazendo:

$$K_{ij} = \frac{1}{P_{ij} (H_i - H_j)^{0,46}} \quad (3.96)$$

obtém-se:

$$\begin{aligned} (H_o - H_1)K_{01} + (H_2 - H_1)K_{12} &= Q_1 \\ (H_o - H_2)K_{02} + (H_1 - H_2)K_{12} + (H_3 - H_2)K_{23} &= Q_2 \\ (H_o - H_3)K_{03} + (H_2 - H_3)K_{23} &= Q_3 \end{aligned} \quad (3.97)$$

Desenvolvendo os produtos indicados e ordenando os termos das equações (3.97) chega-se finalmente ao sistema de equações linearizado, que resolvido dá como resultado as pressões calculadas em cada nó da rede,

$$K_{01}H_o - (K_{01} + K_{12})H_1 + K_{12}H_2 = Q_1 \quad (3.98)$$

$$K_{02}H_0 + K_{12}H_1 - (K_{02}+K_{12}+K_{23})H_2 + K_{23}H_3 = Q_2 \quad (3.98)$$

$$K_{03}H_0 + K_{23}H_2 - (K_{03}+K_{23})H_3 = Q_3$$

Côm as pressões  $H_i$  conhecidas, é possível calcular a vazão que irá circular em cada trecho da rede, bem como as respectivas perdas de carga e cotas piezométricas ao longo da rede.

Baseado nos resultados obtidos no primeiro processamento, é possível ser revisto os dados iniciais, (diâmetros e pressão disponíveis) e efetuar tantos processamentos quantos forem necessários, obtendo assim várias soluções possíveis. A solução adotada como ótima será a que apresenta melhor condição de funcionamento do sistema pelo menor custo.

A grande vantagem do método proposto é que o mesmo não se preocupa inicialmente com a distribuição de vazões e nem com a direção da mesma em cada trecho, pois estas só serão definidas no final do processamento, de acordo com as pressões finais encontradas para cada nó.

Por outro lado, uma deficiência bem marcante é a não consideração do fator custo, a não ser na estimação do custo total da rede.

#### IV - APLICAÇÃO

Neste capítulo se pretende apresentar de forma prática, algumas aplicações com uso das metodologias apresentadas, afim de que as mesmas se tornem melhor compreendidas. Essas aplicações serão apresentadas na mesma sequência que estão os modelos, como se vê a seguir.

##### 4.1 - Adução por Recalque

Como aplicação dos modelos apresentados no capítulo (III) para cálculo de uma adutora por recalque, será usado o exemplo a seguir, com período de funcionamento de 24 hs.

Deseja-se determinar o diâmetro de uma adutora por recalque, para a qual são conhecidos os seguintes elementos:

- Extensão: 1000 m
- Material das tubulações: Ferro fundido classe LA com  $C = 100$
- Vazão aduzida: 50 l/seg
- Custo por kg de tubulação assentada: Cr\$25,00 (o peso por metro de tubulação, é fornecido nos catálogos dos fabricantes)
- Desnível: 20,00 m
- Custo por kwh de energia consumida: Cr\$1,20
- Rendimento do conjunto de recalque: 70%

##### 4.1.1 - Prática Tradicional

Como primeira aproximação o dimensionamento é feito usando a fórmula de Bresse, equação (2.1).

Com a vazão conhecida,  $Q = 0,05 \text{ m}^3/\text{seg}$  e adotando-se para K o valor prático 1,2, obtem-se para o diâmetro o valor  $D = 0,268 \text{ m}$ . Como este valor de D não é encontrado comercialmente, toma-se como diâmetro comercial imediatamente superior, isto é  $D = 0,300 \text{ m}$ .

A escolha definitiva do diâmetro a ser utilizado, é feita a partir de uma análise de custo entre o diâmetro tomado do cálculo, (no caso 0,3m) e outros diâmetros superiores e inferiores a este. A análise pode ser feita como se vê no quadro (I), onde são considerados os diâmetros de 0,25m e 0,35m.

Para o caso analisado, como se vê no quadro (I), o diâmetro de 250mm é o mais econômico, tanto quanto ao custo inicial de construção e instalação como também quando se consideram as despesas com amortização do capital e energia elétrica. Essa coincidência dos resultados sobre o menor diâmetro nem sempre acontece podendo ocorrer que um diâmetro seja o mais econômico com relação aos custos iniciais e não o seja em relação aos gastos anuais com operação, manutenção e amortização.

a) Diâmetros (mm)	250	300	350
b) Velocidade (m/s)-Obtida da vazão e do diâmetro em abaco ou tabela	1,018	0,700	0,519
c) Perda de carga total (m)-Obtida da vazão, do diâmetro e do comprimento da tubulação, em abaco ou tabela - $C = 100$	7,100	2,900	1,400
d) Altura manométrica (m)-Soma do desnível com o valor da perda de carga total	27,100	22,900	21,400
e) Potência consumida (Kw)-Obtida da potência calculada pela equação (3.6) multiplicado pelo fator $\lambda = 0,736$	18,930	16,050	15,000
f) Gasto anual com energia elétrica (Cr\$)-Obtido do produto da potência em (Kw) pelo número de horas de funcionamento anual pelo valor do Kwh	198.992,00	168.718,00	157.680,00
g) Custo total da tubulação (Cr\$)-obtido do produto custo po kg de tubulação, pelo peso de um metro, pelo comprimento - o peso por metro das tubulações analisadas são respectivamente 40 kg, 51 kg e 63 kg (Ferro Brasileiro)	1.000.000,00	1.275.000,00	1.575.000,00
h) Custo total dos conjuntos de recalque (Cr\$)-Obtido do produto custo de um conjunto. (suposto Cr\$ 3.360,00 por HP) pelo número de unidades instaladas (2)	173.376,00	146.496,00	136.886,00
i) Custo total do sistema (Cr\$)-Soma dos custos totais das tubulações e conjunto de recalque	1.173.376,00	1.421.496,00	1.711.886,00
j) Custo anual do sistema com amortização do capital (Cr\$)-Valor a ser pago por ano, e que pode ser calculado pela equação (3.32), ou usando a tabela PRICE para juros de 12% ao ano em 15 anos	207.687,00	251.604,00	303.003,00
l) Gasto total anual do sistema (Cr\$)-Obtido da soma dos itens (j) com (f), sendo o custo com operação considerado apenas o gasto com energia elétrica	406.679,00	420.322,00	460.683,00

QUADRO I - Análise de custo para seleção de diâmetro econômico em instalação de recalque.

#### 4.1.2 - Método considerando a não linearidade da função custo

Para utilização deste método são necessários mais algumas informações que irão completar a relação de dados iniciais do problema, já citados.

- Pressão média  $p$  na tubulação: 10,00 m
- Tensão admissível  $\sigma$  do material da tubulação:  
1500 kg/cm<sup>2</sup> (tabelado pelos fabricantes)
- Espessura de desgaste  $e_d$ : 0,003 m (valor médio recomendado utilizado por Carneiro)
- Peso específico  $\gamma_c$  do material da tubulação:  
7850 kg/m<sup>3</sup>
- Peso específico da água: 1000 kg/m<sup>3</sup>
- Coeficiente de atrito  $f$  da fórmula de Darcy:  
0,020
- Custo por HP instalado:  $C_2 = 3.360,00$  (valor utilizado por Carneiro)

De posse de todos os dados, o problema consiste basicamente em resolver a equação (3.31), cuja sequência obedecida foi a seguinte:

a) Conhecidas a pressão média  $p$  na tubulação e a tensão admissível do material da mesma, obtêm-se o valor de  $R$  expresso na equação (3.21),  $R = 0,005$ .

b) Com  $R$  calculado e os valores de  $C_1$ ,  $\gamma_c$ ,  $L$  e  $e_d$  conhecidos determinam-se os coeficientes  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  fazendo uso

das equações (3.23), obtendo-se  $\alpha_1 = 2649375,00$  e  $\alpha_2 = 1695600,00$ .

c) Com os valores  $\dot{V}_L$ ,  $Q$ ,  $f$ ,  $L$ ,  $\eta$ ,  $g$ ,  $H_g$  e  $C_2$ , estimam-se sucessivamente os parâmetros  $\delta_1$  e  $\delta_2$  usando as equações (3.26) e o parâmetro  $\beta_2$  usando as equações (3.29), obtendo-se respectivamente  $\delta_1 = 19,00$ ,  $\delta_2 = 0,004$  e  $\beta_2 = 17,679$ .

d) Após a substituição conveniente dos valores acima calculados, é encontrada a solução da equação (3.31).

A resolução da equação (3.31) sendo de sétimo grau, oferece certa dificuldade para ser processada manualmente. Tal solução foi apresentada graficamente por Carneiro.

Neste trabalho foi utilizada uma solução numérica da equação (3.31) através de um programa de computador fazendo uso do método de tentativas de Gauss Seidel, Pacitti et al, (1976), obtendo-se para solução,  $D = 200$  mm.

A mesma solução numérica foi aplicada para a equação (3.17) apresentada por Carneiro, obtendo-se como resultado  $D = 200$  mm.

#### 4.1.3 - Método da Despesa Anual

Considerando agora que o capital investido deverá ter seu retorno num prazo de 15 anos, a uma taxa de juros de 12% ao ano, é possível determinar o diâmetro da adutora como se vê a seguir:

a) Determina-se o custo anual  $c_2$  da energia consumida por um HP de potência, dada pelo produto do número de horas anuais de funcionamento, pelo custo do Kwh pelo fator de

conversão 0,736, obtendo-se no caso  $c_2 = 7736,83$  em Cr\$.

b) Com os valores de  $r$ ,  $t$ ,  $Q$ ,  $\eta$  e  $c_2$  usando as equações (3,42) determina-se os valores dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ , que para os dados do problema obteve-se,  $\alpha = 3,672$  e  $\beta = 0,294$ .

c) Com os valores  $\alpha$  e  $\beta$  estima-se o valor da relação  $\beta/\alpha$ , e obteve-se no caso  $\beta/\alpha = 0,08$ .

d) Com os valores de  $\beta/\alpha$  calculado e os coeficientes  $A_1$  e  $A_2$  obtidos da tabela I, de acordo com a classe da tubulação, e usando a equação (3.41) se obtém o diâmetro procurado.

Coeficiente	Classe LA	Classe A	Classe B
A0	0.915	1.066	1.191
A1	149.33	161.79	171.55
A2	398.04	442.89	485.06

Tabela I - Valores dos coeficientes A0, A1 e A2 apresentados nas equações (3.39) e (3.41) - (Moraes, 1969)

A solução da equação (3.41) pode ser obtida facilmente se utilizando a tabela III que dá para diversos diâmetros os valores correspondentes da relação  $\beta/\alpha$  de acordo com a classe da tubulação. Para o exemplo apresentado o valor  $\beta/\alpha = 0,08$  calculado, se situa na tabela entre os valores correspondentes aos diâmetros 200 mm e 250 mm, mais próximo do segundo, e nesse caso, a escolha recai sobre o maior valor ou seja,  $\beta/\alpha = 0,101841$ , que corresponde ao diâmetro 250 mm.



Coeficiente	Classe LA	Classe A	Classe B
a	42	208.3	125.0
b	362	312.5	387.5
c	161	184.2	192.5

Tabela II - Valores dos coeficientes a, b e c usados na equação (3.41) - (Teles, 1967).

Diâmetro	Classe LA	Classe A	Classe B
.050	.00000436	.00000475	.00000508
.060	.00001326	.00001446	.00001545
.075	.00005210	.00005688	.00006089
.100	.00030883	.00033774	.00036228
.150	.00391734	.00429509	.00462177
.200	.02434255	.02674093	.02884173
.250	.10184124	.11203998	.12105761
.300	.33090691	.36447040	.39436126
.350	.90173841	.00414406	1.07690775
.400	2.15832622	2.38137446	2.58207173
.450	4.67573596	5.16236381	5.60189954
.500	9.35911786	10.33902368	11.22694042
.550	17.56692731	19.41569492	21.09548705
.600	31.26080389	34.56549094	37.57520925
.650	53.18452329	58.82895099	63.98012439
.700	87.07440653	96.34765719	104.82581132

Tabela III - Valores da relação  $\beta/\alpha$  constante da equação (3.41) - (Teles, 1967).

Outra alternativa para obter a solução desejada, é a solução numérica da equação (3.41), através do método de tentativas, como foi feito neste trabalho, utilizando-se para isto um programa de computador digital e obteve-se como resultado  $D = 250$  mm.

Também foi aplicado a equação (3.38), apresentada por Teles, obtendo-se os seguintes resultados:  $D = 250$  mm e  $D = 250$  mm, respectivamente, para a solução numérica e utilizando as tabelas (II) e (III).

#### 4.1.4 - Discussão dos Resultados obtidos

Com a aplicação dos métodos apresentados, ao exemplo considerado, foram obtidos os seguintes resultados:

##### 1 - Fórmula de Bresse

- solução da equação (2.1)  $D = 300$  mm
- alternativa após análise de custo  $D = 250$  mm

##### 2 - Método de Carneiro

- solução da equação (3.17), apresentada por Carneiro  
 $D = 200$  mm
- solução da equação (3.31), apresentada neste trabalho  
 $D = 200$  mm

##### 3 - Método da Despesa Anual

- solução da equação (3.41), apresentada neste trabalho  
 $D = 250$  mm
- solução da equação (3.38), apresentada por Teles  
 $D = 250$  mm
- alternativa com utilização da tabela (III)  $D = 250$  mm.

Analisando esses resultados, verifica-se que as diferenças entre eles se deve principalmente à consideração ou não dos custos de operação e amortização anual do investimento inicial. Nesse aspecto os fatores predominantes, na variação são o custo de energia elétrica, o tempo de aplicação e as correspondentes taxas de juros.

É possível então dizer que um diâmetro de recalque pode ser ótimo em termos de investimento inicial, e nesse caso não considera os custos de operação nem o tempo de aplicação, como é o caso do método Carneiro utilizado neste trabalho. A solução pode ser ótima em termos de utilização e nesse caso considera além do custo inicial, também os custos de exploração anual, como é o caso do método de despesa anual usado neste trabalho.

Através de análise de sensibilidade para os métodos utilizados, para várias vazões, obteve-se o gráfico mostrado na figura (14) e pode-se observar que para as pequenas vazões, menores que 25 l/seg, os resultados obtidos são satisfatórios para qualquer método, podendo portanto ser utilizado apenas o de Bress. Para as vazões maiores que 25 l/seg, ocorre um afastamento praticamente linear entre os resultados, sendo mais razoáveis os obtidos pelo método da despesa anual.

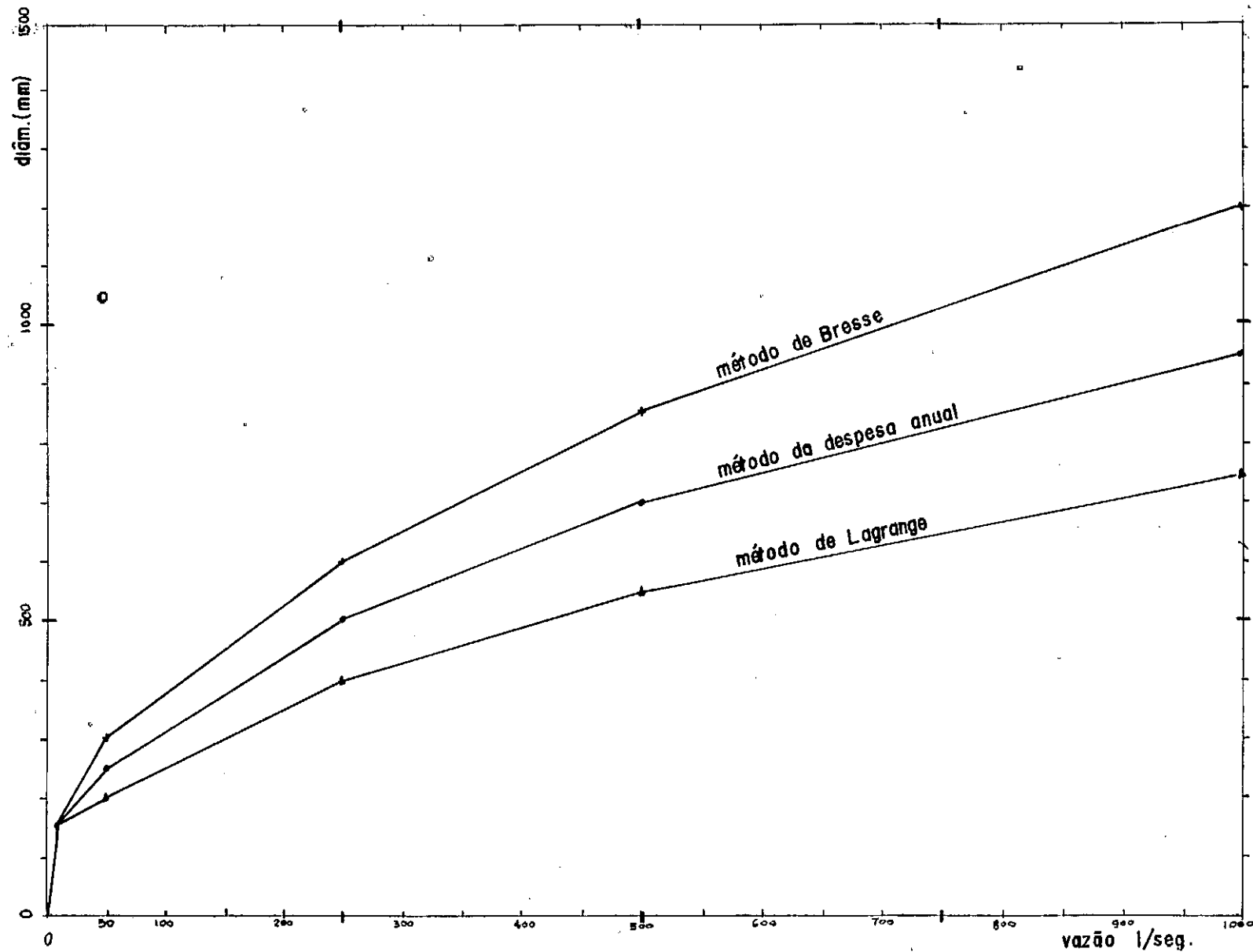


Fig. 14 - Curvas diâmetro x vazão para adutora de recalque utilizando vários métodos de dimensionamento

#### 4.2 - Rede de Distribuição Ramificada

Neste ítem será mostrado aplicações dos métodos apresentados no capítulo(III), para dimensionamento e otimização de uma rede ramificada. No exemplo a seguir, será considerado uma parte da rede de abastecimento de água, da cidade de Ponta de Pedras, no Estado do Pará, cujo esquema é mostrado na figura (12). O projeto para abastecimento desta cidade foi elaborado em 1976, para ser executado dentro do programa do PLANASA (Plano Nacional de Saneamento) para abastecimento de 80% da população urbana da cidade. No presente trabalho serão considerados todos os dados apresentados no projeto original (seção de análise de projetos da COSANPA).

##### 4.2.1 - Dados

###### 1 - Vazões

- Vazão total de abastecimento obtida do produto, consumo médio diário por habitante (200 l/hab·dia) pela população total a ser abastecida (3.820 hab.)

$$Q = 8,84 \text{ l/seg.}$$

- vazão unitária por metro de tubulação ( $L_t = 9.020 \text{ m}$ ).

$$q_u = Q/L_t = 0,00098 \approx 0,001 \text{ l/seg.m}$$

###### 2 - Pressões

- pressão mínima, que tenha condição de abastecer diretamente um prédio de dois pavimentos, nos pontos mais desfavoráveis, e pressão máxima capaz de ga-



garantir a segurança do material das tubulações

$$P_{\min} = 15 \text{ m}$$

$$P_{\max} = 50 \text{ m}$$

3 - Material das tubulações

- tubos de PVC classe 12 para os diâmetros iguais ou inferiores a 200 mm (8 pol.).

4 - Equação de resistência utilizada

- fórmula de Hazen-Williams com  $C = 140$

5 - Custo das tubulações

- ver tabela (V)

4.2.2 - Prática Tradicional

O cálculo de rede de distribuição ramificada, segundo o processo tradicional, é feito de acordo como é descrito no capítulo (III). Sua utilização no dimensionamento da rede em estudo é mostrado como exemplo nos trechos (6) e (8) do esquema da figura (12). Os valores que compõem a planilha de cálculo mostrada na tabela (VI) são determinados como se vê a seguir.

Trecho 8

1 - Comprimento (obtido da planta)  $L_8 = 122,00 \text{ m}$ .

2 - Vazão a juzante (por tratar-se de trecho de extremidade, essa vazão é nula)  $Q_{js} = 0$ .

- 3 - Vazão em marcha (obtida do produto entre a vazão unitária  $q_u$  e o comprimento  $L_8$ )  $q_m = q_u \times L_8 = 122 \times 0,001 = 0,12$   $\ell/\text{seg.}$
- 4 - Vazão a montante (obtido da soma das vazões a juzante e em marcha)  $Q_{mt} = q_m + Q_{js} = 0,12 \ell/\text{seg.}$
- 5 - vazão fictícia (obtida da média entre as vazões de montante e juzante no trecho)  $Q_{fc} = \frac{Q_{mt} + Q_{js}}{2} = 0,06 \ell/\text{seg.}$
- 6 - Cálculo do diâmetro considerando a vazão de montante  $Q_{mt}$ . (Ver Azevedo Neto; Tab. 13-1) obtendo-se  $D = 50\text{mm}$  (2 pol.)
- 7 - Velocidade para esse diâmetro (ver Azevedo Neto, âbaco da figura 14-3) obtém-se  $V = 0,03 \text{ m/seg.}$
- 8 - Cálculo da perda de carga unitária (com o diâmetro e a vazão fictícia pode-se determinar a perda unitária usando uma equação de resistência ou âbaco (como se vê em Azevedo Neto, figura 14-3).  $J = 4 \times 10^{-5} \text{ m/m.}$
- 9 - Perda de carga total no trecho (obtida do produto da perda unitária pelo comprimento do trecho)  $\Delta H_8 = J_8 \times L_8 = 4 \times 10^{-5} \times 122 = 5 \times 10^{-3} \text{ m.}$
- 10- Cotas do terreno a juzante e a montante (obtidas da planta) 5,6m e 6,2m, respectivamente.
- 11- Pressão disponível a montante (considerando que esse ponto seja o mais desfavorável, por ter cota mais elevada, foi admitido para ele a pressão mínima de 15,00m).
- 12- Cota piezométrica a montante (obtido da soma da cota do terreno com a pressão disponível)  $CPM = CT + P \cdot D \cdot M = 15,00 + 6,2 = 21,20 \text{ m.}$



- 13- Cota piezométrica a juzante (obtida da diferença entre a cota piezométrica a montante e a perda de carga no trecho)

$$CPJ = CPM - \Delta H_g = 21,20 - 0,005 = 21,195 \text{ m.}$$

- 14- Pressão disponível a juzante (obtida da diferença entre a cota piezométrica a juzante e a pressão disponível)

$$P = 21,195 - 5,6 = 15,595 \text{ m.}$$

#### Trecho 6

- 1 - Comprimento (obtido da planta)  $L_6 = 157,00 \text{ m}$
- 2 - Vazão a juzante (obtido da soma das vazões a montante de todos os trechos alimentados por  $L_6$ , no caso  $L_8$  e a demanda no ponto)  $Q_{js} = 0,4 + 0,1 = 0,5 \text{ l/seg.}$
- 3 - Vazão em marcha (produto da vazão unitária  $q_u$  pelo comprimento  $L_6$ )  $q_m = 0,001 \times 157 = 0,157 \text{ l/seg.}$
- 4 - Vazão a montante (soma das vazões a juzante e em marcha)  
 $Q_{mt} = 0,5 + 0,157 = 0,657 \text{ l/seg.}$
- 5 - Vazão fictícia (média entre as vazões a montante e juzante)  
 $Q_{fc} = \frac{0,657 + 0,50}{2} = 0,580 \text{ l/seg.}$
- 6 - Cálculo do diâmetro (ver Azevedo Neto, tabela 13-1) obtém-se  $D = 50 \text{ mm (2 pol.)}$
- 7 - Velocidade para esse diâmetro (ver Azevedo Neto, figura 14-3) obtém-se  $V = 0,29 \text{ m/seg.}$
- 8 - Perda de carga unitária (com o diâmetro e a vazão fictícia usando o ábaco da figura (14-3) (Azevedo Neto) obtém-se  
 $J = 2,4 \times 10^{-3} \text{ m/m.}$
- 9 - Perda de carga total no trecho (obtido do produto da perda

unitária pelo comprimento)  $H_6 = J_6 \times L_6 = 2,4 \times 10^{-3} \times 157 =$   
 $= 0,380 \text{ m.}$

10- Cotas do terreno a montante e a juzante (obtidos na planta)  
6,2 m e 5,5 m, respectivamente.

11- Cota piezométrica a juzante (é a cota piezométrica a mon-  
tante do trecho 7) CPJ = 21,370 m.

12- Pressão disponível a juzante (diferença entre a cota piezo-  
métrica e a cota do terreno) PDJ = 21,370 - 5,5 = 15,870m.

13- Cota piezométrica a montante (cota piezométrica a juzante  
mais a perda de carga no trecho) CPM =  $H_6 + \text{CPJ} = 21,370 +$   
 $+ 0,380 = 21,750 \text{ m.}$

14- Pressão disponível a montante (cota piezométrica a montan-  
te menos a cota do terreno) PDM = CPM - CT = 21,750 - 6,2 =  
= 15,55m.

De maneira análoga, procede-se o dimensionamento pa-  
ra todos os ramais até o reservatório.

Como se observa, a partir do conhecimento da vazão  
no trecho e assumindo uma pressão mínima nos pontos mais desfa-  
voráveis da rede, estima-se o valor do diâmetro, e calcula-se  
as perdas de carga e a pressão em cada trecho.

Conhecido o custo por metro de tubulação para cada  
diâmetro, pode-se calcular o custo da rede como é mostrado na  
tabela (VII).

Diâmetros em		Valores Máximos	
Milímetros	Polegadas	Vazões em l/seg	Velocidade em m/seg
50	2,0	1,2	0,60
60	2,5	2,1	0,65
75	3,0	3,2	0,70
100	4,0	6,1	0,75
150	6,0	14,6	0,80
200	8,0	29,2	0,90
250	10,0	50,7	1,00
300	12,0	72,8	1,00
350	14,0	109,2	1,10

Tabela IV - Vazões e velocidades máximas em função do diâmetro usado em rede de distribuição de água - Dacach, 1975.

Diâmetro (mm)	Custo/m (Cr\$)	Diâmetro (mm)	Custo/m (Cr\$)
40	50.80	100	84.11
50	55.05	125	115.00
65	62.27	150	145.04
75	71.18	200	186.30

Tabela V - Custo por metro linear de tubulação PVC assentado em função do diâmetro - Projeto CENSA 1976.

Trecho Nº	Ext. (m)	Vazão em l/s				Diâm. (pol.)	Veloc (m/s)	Cota piez. a montante (m)	Perda da carga (m)	Cota piez. a jusante (m)	Cota terreno (m)		Pres. Disponível (m)	
		Jusante	Marcha	Montante	Fict.						Mont.	Jus.	Mont.	Jus.
8	122	-o-	0,12	0,12	0,06	2	0,03	21,200	0,005	21,195	6,2	5,6	15,000	15,595
7	282	0,12	0,28	0,40	0,26	2	0,14	21,370	0,170	21,200	5,5	6,2	15,870	15,000
6	157	0,50	0,15	0,65	0,58	2	0,29	21,750	0,380	21,370	6,2	5,5	15,550	15,870
5	43	-o-	0,04	0,04	0,02	2	0,03	21,635	0,001	21,634	3,7	3,6	17,935	18,034
4	144	0,04	0,14	0,18	0,11	2	0,06	21,652	0,017	21,635	5,3	3,7	16,352	17,935
3	105	0,28	0,10	0,38	0,33	2	0,17	21,750	0,098	21,652	6,2	5,3	15,550	16,352
2	20	1,31	0,02	1,33	1,32	3	0,29	21,780	0,030	21,750	6,13	6,2	15,650	15,550
12	118	-o-	0,12	0,12	0,06	2	0,03	21,489	0,005	21,484	4,2	3,7	17,289	17,784
11	108	0,12	0,11	0,23	0,17	2	0,09	21,519	0,030	21,489	5,4	4,2	16,119	17,289
10	108	0,38	0,11	0,49	0,43	2	0,23	21,692	0,173	21,519	5,9	5,4	15,792	16,119
19	611	-o-	0,61	0,61	0,30	2	0,16	20,610	0,460	20,150	5,2	3,0	15,410	17,150
18	195	2,38	0,20	2,58	2,48	4	0,30	20,844	0,234	20,610	5,2	5,2	15,644	15,410
17	135	3,45	0,14	3,59	3,52	4	0,46	21,154	0,310	20,844	5,1	5,2	16,054	15,644
16	35	4,09	0,04	4,13	4,11	4	0,53	21,259	0,105	21,154	5,0	5,1	16,259	16,054
15	75	4,31	0,08	4,39	4,35	4	0,55	21,522	0,263	21,259	5,2	5,0	16,322	16,259
14	93	5,49	0,09	5,58	5,53	6	0,32	21,592	0,070	21,522	5,6	5,2	15,992	16,322
13	105	6,33	0,11	6,44	6,39	6	0,35	21,692	0,100	21,592	5,9	5,6	15,792	15,992
9	63	7,71	0,06	7,74	7,74	6	0,43	21,780	0,088	21,692	6,13	5,9	15,650	15,792
1	50	9,10	-o-	9,10	9,10	6	0,53	21,875	0,095	21,780	6,20	6,13	15,675	15,650

Tabela VI - Planilha de cálculo para rede ramificada (método tradicional)

Trecho Nº	Comprimento (m)	Diâmetro (mm)	Custo (Cr\$)
01	50	150	7.252,00
02	20	75	1.423,60
03	105	50	5.780,25
04	144	50	7.927,20
05	43	50	2.367,15
06	157	50	8.642,85
07	282	50	15.524,10
08	122	50	6.716,10
09	63	150	9.137,52
10	108	50	5.945,40
11	108	50	5.945,40
12	118	50	6.495,90
13	105	150	15.229,20
14	93	150	13.488,72
15	75	100	6.308,25
16	35	100	2.943,85
17	135	100	11.354,85
18	195	100	16.401,45
19	611	50	33.635,55
Custo total da rede			182.519,34

Tabela VII - Resultados obtidos pelo processo tradicional.

#### 4.2.3 - Modelo Paramétrico

Para aplicação do método paramétrico, é necessário conhecer inicialmente os elementos geométricos e hidráulicos da rede, tais como comprimento, vazão e coeficiente de resistência em cada trecho. Com esses elementos conhecidos, estima-se um valor para a perda de carga total ótima para a rede. Essa perda de carga total se distribui uniformemente através de todos os trechos da rede, o que possibilita determinar os diâmetros para cada trecho.

Se houver necessidade de carga residual no final da rede, o valor da perda de carga total ótima pode ser calculado utilizando-se a equação (3.66), e nesse caso, além dos dados iniciais já mencionados, serão necessários outros dados complementares apresentados a seguir.

- tempo de retorno do capital para as tubulações  $T_1$ ,
- tempo de retorno do capital para as instalações de recalque  $T_2$ ,
- taxa anual de juros, %,
- taxa de seguro  $s_1$  e  $s_2$ ,
- custo por kg de tubulação  $c_1$ ,
- peso específico do material das tubulações  $\gamma_{mat}$ ,
- valor do parâmetro  $k$  obtido da figura (7),
- custo por unidade de potência instalada  $C_2$  e
- rendimento do conjunto de recalque  $\eta$ .

Considerando o esquema da rede mostrada na figura (12) e levando em conta a descrição do método apresentado no item (3.2.2) a sequência para o desenvolvimento do exemplo dado será apresentado a seguir.

- 1 - Cálculo do expoente  $m$  usado na equação (3.44), como foi mostrado no capítulo (3). Utilizando catálogo do fabricante de tubos P.V.C., foram traçadas as curvas apresentadas na figura (7), obtendo-se o valor  $m = 1,98$  (ver página 43).
- 2 - Identificação na rede de todos os ramais extremos (na figura (12) ramais compostos pelos trechos 3 a 5, 6 a 8, 10 a 12 e 13 a 19) e para estes foi calculado os valores das relações  $r_{ij}''/r_{im}''$ , utilizando-se a equação (3.57).
- 3 - Cálculo dos valores individuais  $r_{ij}''$  para os ramais extremos utilizando a equação (3.59).
- 4 - Para todos os ramais da rede foi calculado os valores  $G_{ij}$  utilizando-se a relação obtida da equação (3.70).
$$G_{ij} = (Q_{ij}/C_{ij})^{p \cdot m/r} \cdot L_{ij}^{1+(m/r)}$$
- 5 - Cálculo dos valores da relação  $G_{ij}/r_{ij}''^{(m/r)}$  para os ramais extremos.
- 6 - Dois ou mais ramais extremos estão ligados por um ramal comum, por exemplo na figura (12), o ramal 9 é comum aos ramais 10 e 13. Foi calculado os valores da relação  $r_{ij}$  para todos os ramais comuns aos ramais extremos, usando a equação (3.72). Com esses valores calculados, modificou-se os valores  $r_{ij}''$  calculados anteriormente na sequência 3, para cada grupo de ramais extremos, usando-se as equações (3.69).
- 7 - Com os novos valores  $r_{ij}$  modificados foram calculados novamente os valores da relação  $G_{ij}/r_{ij}''$ .
- 8 - Neste ponto os ramais ditos comuns anteriormente, passam a integrar a rede de ramais extremos e assim serão ligados a

outro ramal comum a eles e assim sucessivamente até o último ramal. No caso da figura (12) os ramaís (9) e (2) que são comuns aos ramaís extremos serão combinados ao último ramal (1). O valor de  $r_{ij}''$  para o ramal (1) foi calculado usando-se a equação (3.12).

- 9 - Com o valor  $r_{ij}''$  calculado para o último ramal, modifica-se novamente os valores  $r_{ij}''$  determinados na sequência (6) acima, usando as equações (3.69). Sendo o ramal (1) da figura (12) o último, os valores  $r_{ij}''$  modificados aqui, são os valores ótimos que produzirão a melhor distribuição de perda de carga no sistema. Estes valores são apresentados na tabela (VIII).
- 10- Com a perda de carga ótima conhecida, utilizando-se a equação (3.55) determinou-se a perda em cada trecho da rede, determinando-se em seguida os respectivos diâmetros usando a equação (3.43). Os valores dessas perdas de carga e diâmetros em cada trecho são apresentados na tabela (VIII). Se a perda de carga ótima não é conhecida, como foi suposto neste trabalho, outros procedimentos complementares devem ser tomados antes do item 10 acima, como se vê a seguir.
- 11- Com os valores  $r_{ij}''$  modificados na sequência (9) calcula-se os valores da relação  $G_{ij}/R_{ij}''^{m/r}$  para todos os ramaís do sistema.
- 12- Calcula-se a soma dos valores  $G_{ij}/r_{ij}''^{m/r}$  calculados na sequência anterior. Essa soma será o valor P que aparece na equação (3.66).
- 13- Calcula-se os fatores de retorno do capital,  $R_1$  e  $R_2$  usando as equações (3.64).



14--Calcula-se o valor da perda de carga ótima na rede, usando a equação (3.66) e em seguida entra-se na sequência (10) para o dimensionamento.

Para que os resultados possam ser obtidos mais rapidamente e de maneira mais racional, foi elaborado um programa de computador que com os dados iniciais mencionados, calcula todos os passos do dimensionamento acima descrito. Os resultados obtidos são apresentados na tabela (VIII). Os custos são apresentados na tabela (IX).

#### 4.2.4 - Modelo de Programação Linear

Para aplicação do método que se utiliza da técnica de programação linear, o passo inicial será a identificação dos laços que compõem a rede (conjunto de trechos que vai da fonte de suprimento até cada uma das extremidades), e a estimação da perda de carga máxima permissível em cada extremidade. Para o caso do exemplo considerado neste trabalho, a sequência obedecida no desenvolvimento do mesmo foi a que se apresenta a seguir:

- 1 - Considerando a figura (12), foram escolhidos, laço (1) que vai da fonte até a extremidade do trecho (5); laço (2) que vai da fonte até a extremidade do trecho (8); laço (3) que vai da fonte até a extremidade do trecho (12) e laço (4) que vai da fonte até a extremidade do trecho (19).
- 2-- Dentro de cada laço, para cada trecho foi assumido a possibilidade de se utilizar três diâmetros diferentes, cujo critério de seleção foi a magnitude da vazão no trecho, isto

é, foram escolhidos diâmetros capazes de suportar a vazão no trecho, sem comprometer as condições de velocidade. Ver tabela (IV). Para cada diâmetro selecionado necessariamente devem ser conhecidos a perda de carga unitária e o custo por metro de tubulação, como é mostrado na tabela (X).

- 3 - Com os valores da tabela (X) é possível escrever a função objetivo de custo a ser minimizada utilizando-se da equação (3.73) na forma

$$C_1 L_1 + C_2 L_2 + \dots + C_n L_n = C$$

onde  $C_i$ ,  $i = 1, 2 \dots n$  é o custo unitário correspondente a cada diâmetro de tubulação de comprimento  $L_i$ . no caso do exemplo considerado, onde cada trecho pode ser composto por três diâmetros diferentes, podemos ter 57 variáveis  $L_i$ . Substituindo os valores  $C_i$  dados na tabela (X) na função objetivo obtém-se

$$29,84 L_1 + 27,34 L_2 + \dots + 23,27 L_{56} + 23,27 L_{57} = C$$

- 4 - O mínimo custo da função objetivo está sujeito a restrições relativas aos comprimentos e às pressões. As restrições relativas aos comprimentos devem satisfazer as condições dadas pela equação (3.77), e podem ser escritas, substituindo os valores, na forma:

$$L_1 + L_2 + L_3 = 50$$

$$L_4 + L_5 + L_6 = 20$$

.....

.....

.....

$$L_{55} + L_{56} + L_{57} = 611$$

Trech. Nº	Valor $r_{ij}$ ótimo	Valor $P_{ij}$	Perda de carga	Diâmetro calculado	Alternativas	
					Diâmetro	Diâmetro
01	0,074	0,490	0,210	0,127	0,125	0,125
02	0,061	0,040	0,174	0,057	0,050	0,065
03	0,452	0,087	1,288	0,036	0,050	0,050
04	0,383	0,074	1,092	0,029	0,050	0,050
05	0,030	0,006	0,086	0,015	0,050	0,050
06	0,360	0,166	1,028	0,041	0,050	0,050
07	0,421	0,194	1,202	0,033	0,050	0,050
08	0,083	0,038	0,237	0,022	0,050	0,050
09	0,090	0,538	0,256	0,118	0,100	0,125
10	0,420	0,074	1,199	0,033	0,050	0,050
11	0,256	0,045	0,730	0,026	0,050	0,050
12	0,160	0,028	0,457	0,019	0,050	0,050
13	0,143	0,830	0,407	0,114	0,100	0,125

Tabela VIII - Resultados do dimensionamento de rede ramificada - Método Paramétrico.

Trech. Nº	Valor $r_{ij}$ ótimo	Valor $P_{ij}$	Perda de carga	Diâmetro calculado	Alternativas	
					Diâmetro	Diâmetro
14	0,117	0,681	0,334	0,109	0,100	0,100
15	0,083	0,482	0,237	0,102	0,100	0,100
16	0,038	0,219	0,107	0,101	0,100	0,100
17	0,134	0,777	0,381	0,097	0,100	0,100
18	0,160	0,929	0,456	0,088	0,075	0,100
19	0,163	0,945	0,464	0,050	0,050	0,050
Total			P = 6,644			

Perda de carga ótima  $H = 2,852$

Tabela VIII - Resultados do dimensionamento de rede ramificada - Método Paramétrico.

Trecho Nº	Comprimento (m)	Diâmetro (mm)	Custo (Cr\$)
01	50	0,125	5.750,00
02	20	0,050	1.101,00
03	105	0,050	5.780,25
04	144	0,050	7.927,20
05	43	0,050	2.367,15
06	157	0,050	8.642,85
07	282	0,050	15.524,10
08	122	0,050	6.716,10
09	63	0,100	5.298,93
10	108	0,050	5.945,40
11	108	0,050	5.945,40
12	118	0,050	6.495,90
13	105	0,100	8.831,55
14	93	0,100	7.822,23
15	75	0,100	6.308,25
16	35	0,100	2.943,85
17	135	0,100	11.354,85
18	195	0,075	13.880,10
19	611	0,050	33.635,55
Custo total da rede			162.270,66

Tabela IX - Resultados obtidos pelo método paramétrico.

Opção 1.

Trecho Nº	Comprimento (m)	Diâmetro (mm)	Custo (Cr\$)
01	50	0,125	5.750,00
02	20	0,065	1.245,40
03	105	0,050	5.780,25
04	144	0,050	7.927,20
05	43	0,050	2.367,15
06	157	0,050	8.642,85
07	282	0,050	15.524,10
08	122	0,050	6.716,10
09	63	0,125	7.245,00
10	108	0,050	5.945,40
11	108	0,050	5.945,40
12	118	0,050	6.495,90
13	105	0,125	12.075,00
14	93	0,100	7.822,23
15	75	0,100	6.308,25
16	35	0,100	2.943,85
17	135	0,100	11.354,85
18	195	0,100	16.401,45
19	611	0,050	33.635,55
Custo total da rede			170.125,93

Tabela IX - Resultados obtidos pelo método paramétrico.  
Opção 2.

para as restrições relativas às pressões, substituindo os valores na equação (3.74), podemos escrever:

$$.0005L_1 + .002L_2 + .005L_3 + \dots .0001L_{13} + .0001L_{14} + .0001L_{15} < 2,0$$

$$.0005L_1 + .002L_2 + .005L_3 + \dots .0001L_{22} + .0001L_{23} + .0001L_{24} < 0,5$$

$$.0005L_1 + .002L_2 + .005L_3 + \dots .0001L_{34} + .0001L_{35} + .0001L_{36} < 2,0$$

$$.0005L_1 + .002L_2 + .005L_3 + \dots .0002L_{55} + .0003L_{56} + .0001L_{57} < 3,0$$

A função objetivo e as restrições acima, são dispostas de modo a formar uma matriz, cuja solução dá os comprimentos de tubulações para os diversos diâmetros selecionados em cada trecho. Para solução da matriz, foi usado o método simplex, utilizando-se o programa Tempo, Obando (1977), já implantado no sistema B6700 do NCE-UFRJ. Os resultados obtidos são a apresentados na tabela (XI).

#### 4.2.5 - Discussão dos Resultados Obtidos

Analizando os resultados obtidos, constantes das tabelas VII, IX e XI, é possível verificar que todos os métodos usados podem levar a resultados viáveis. Teoricamente, em termos de otimização, com o método paramétrico obtêm-se os melhores resultados seguido do método de programação linear. As diferenças verificadas nos resultados obtidos, certamente se verifica pelo fato de no método tradicional simplesmente se assumir valores para os diâmetros em função apenas da vazão conhecida no trecho, enquanto nos métodos paramétricos e de programação linear ao contrário, os diâmetros são realmente calculados, levando em conta não apenas a vazão, mas também a perda

TRECHO Nº	VAZÃO (L/S)	COMP. (M)	DIÂMETROS (MM)			VELOCIDADES (M/S)			CUSTO/M DE TUB. INST. (CR\$)			PERDAS DE CARGA (M/M)		
1	9,100	50	200	150	125	0,28	0,50	0,72	186,30	145,04	115,00	0,0005	0,0020	0,0050
2	1,320	20	100	75	60	0,21	0,36	0,56	84,11	71,18	62,27	0,0005	0,0023	0,0068
3	0,330	105	75	60	50	0,08	0,12	0,17	71,18	62,73	55,05	0,0002	0,0005	0,0010
4	0,110	144	60	50	40	0,05	0,05	0,06	62,73	55,05	50,80	0,0001	0,0001	0,0001
5	0,022	43	40	40	40	0,05	0,05	0,05	50,80	50,80	50,80	0,0001	0,0001	0,0001
6	0,580	157	75	60	50	0,12	0,19	0,27	71,18	62,73	55,05	0,0004	0,0010	0,0023
7	0,260	282	75	60	50	0,04	0,07	0,10	71,18	62,73	55,05	0,0001	0,0002	0,0006
8	0,061	122	40	40	40	0,05	0,05	0,05	50,80	50,80	50,80	0,0001	0,0001	0,0001
9	7,740	63	150	125	100	0,40	0,59	0,91	145,04	115,00	84,11	0,0013	0,0031	0,0089
10	0,430	108	75	60	50	0,10	0,15	0,22	71,18	62,73	55,05	0,0004	0,0006	0,0015
11	0,170	108	75	60	50	0,05	0,05	0,05	71,18	62,73	55,05	0,0001	0,0001	0,0001
12	0,060	118	40	40	40	0,05	0,05	0,05	50,80	50,80	50,80	0,0001	0,0001	0,0001
13	6,390	105	150	125	100	0,35	0,50	0,85	145,04	115,00	84,11	0,0010	0,0024	0,0068
14	5,530	93	150	125	100	0,30	0,44	0,70	145,04	115,00	84,11	0,0007	0,0016	0,0056
15	4,350	75	125	100	75	0,34	0,56	0,97	115,00	84,11	71,18	0,0012	0,0033	0,0140
16	4,110	35	125	100	75	0,32	0,50	0,90	115,00	84,11	71,18	0,0010	0,0031	0,0111
17	3,520	135	125	100	75	0,28	0,44	0,77	115,00	84,11	71,18	0,0008	0,0024	0,0095
18	2,480	195	100	75	60	0,31	0,56	0,86	84,11	71,18	62,73	0,0013	0,0053	0,0160
19	0,300	611	75	60	50	0,06	0,10	0,15	71,18	62,73	55,05	0,0002	0,0003	0,0008

Tab. X - Dados para utilização do método de programação linear.



Trecho Nº	Comprimento (m)	Diâmetro (mm)	Custo (Cr\$)
01	50	150	7.252,00
02	120	75	1.423,60
03	105	50	5.780,25
04	144	50	7.927,20
05	43	50	2.367,15
06	145	65	9.029,15
06	12	50	660,60
07	282	50	15.524,10
08	122	50	6.716,10
09	54,8	125	6.302,00
09	8,2	100	689,70
10	108	50	5.945,40
11	108	50	5.945,40
12	118	50	6.495,90
13	105	100	8.831,55
14	93	100	7.822,23
15	75	100	6.308,25
16	35	100	2.943,85
17	135	100	11.354,87
18	195	100	16.401,45
19	611	50	33.635,55
Custo total da rede			169.356,28

Tabela XI - Resultados obtidos pela técnica de programação linear.

de carga e custo de tubulação; através de uma operação de otimização.

Os três métodos apresentados têm suas vantagens e desvantagens, inerentes a cada um. O método tradicional por exemplo, embora possa não levar a resultados ótimos, em face de sua facilidade de ser operado manualmente (neste caso necessita de tempo e mão de obra), faz com que sua aplicação se torne utilizável no dimensionamento de redes ramificadas. Os métodos paramétricos e de programação linear têm como vantagem principal, o dimensionamento ótimo da rede. Por outro lado, sua operação manual é indesejável, tornando-se os cálculos enfadonhos, principalmente à medida que a extensão da rede aumenta, havendo, portanto, a necessidade de utilização de computador digital para sua aplicação. Pondo de parte a possibilidade de se dispor de um computador, o método paramétrico é o mais viável de aplicação em termos de otimização do sistema.

#### 4.3 - Rede de Distribuição em Malhas


Os sistemas de distribuição de água em redes malhadas, como foi mencionado em capítulo anterior, constitui o caso mais comumente encontrado, principalmente nas grandes comunidades. Tais sistemas são dimensionados utilizando-se o tradicional método de Cross, fazendo o balanceamento de vazões, como será mostrado mais adiante.

Neste item será apresentado um exemplo, onde se aplicará as metodologias apresentadas no capítulo (3).

Para aplicação será considerado a rede de abasteci-

mento de água da cidade de Igarapé Mirim no Estado do Pará, cujos anéis principais estão esquematizados na figura (13). Os dados utilizados neste trabalho são os mesmos apresentados no projeto original (projeto CENSA-1976).

#### 4.3.1 - Dados

- População abastecível  
Pop = 12.269 hab.
- Consumo per capita = 306 l/hab.dia
- Vazão total de abastecimento  
 $Q = 43,45 \text{ l/seg}$
- Comprimento dos trechos   
Obtidos da planta (fig. 13)
- Cotas dos nós  
Obtidos da planta (fig. 13)
- Custo das tubulações  
Valores constantes da tabela (V)
- Material das tubulações  
P.V.C. para diâmetros iguais ou inferiores a 200mm  
(8 pol.)
- Fórmula de resistência usada  
Hazen-Williams com  $C = 140$
- Pressão mínima na rede  
10 metros.

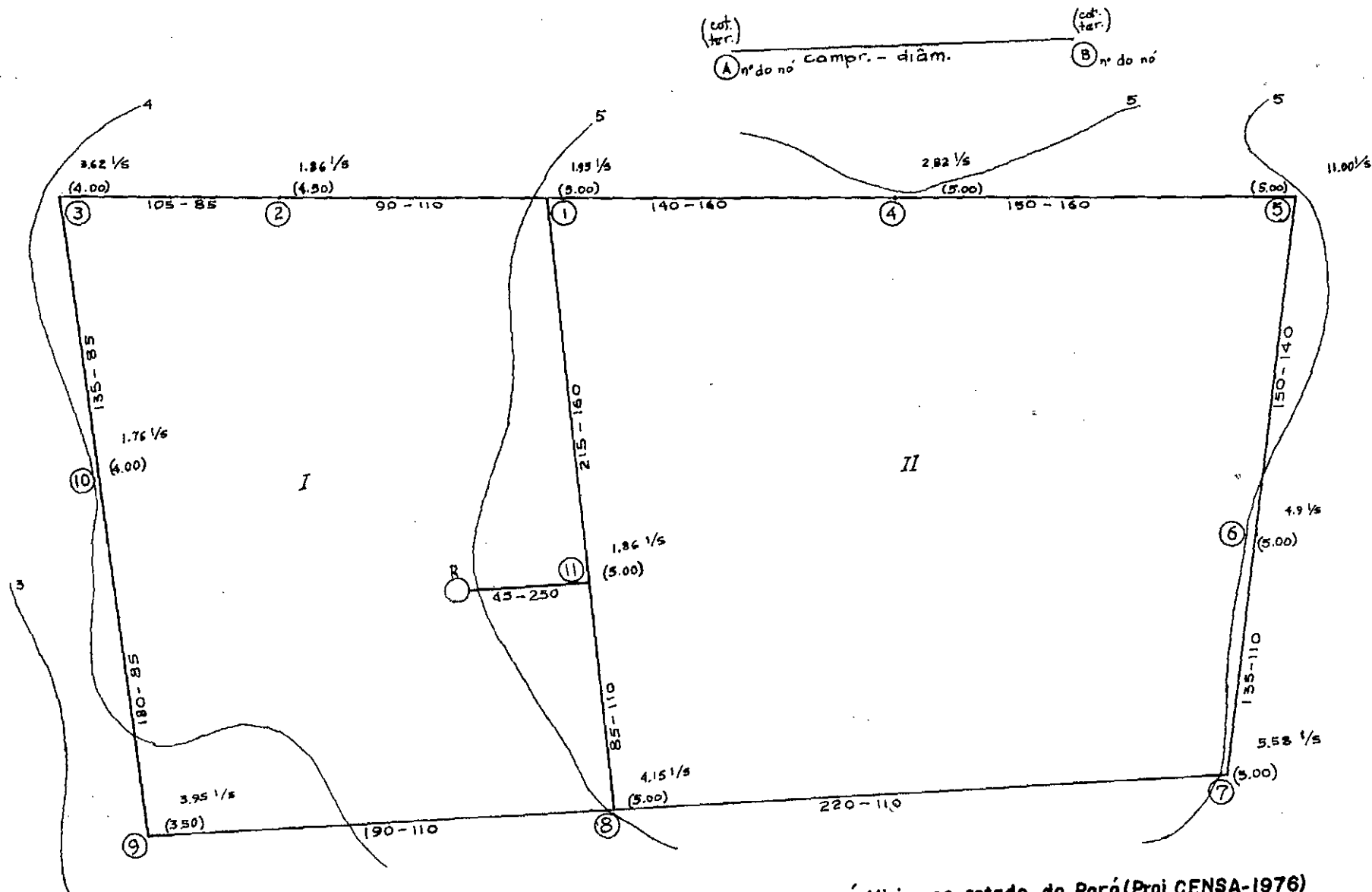


Fig. 13 - Aneis principais da rede de distribuição de água da cidade Igarapé Mirim no estado do Pará(Proj.CENSA-1976)

#### 4.3.2 - Prática Tradicional

Como foi citado anteriormente a prática tradicional se utiliza do método de Cross, equilibrando vazões através do uso de uma planilha de cálculo, como é mostrado na tabela (XII).

Visando maior simplicidade nos cálculos, é comum utilizar o conceito de comprimento equivalente, e pelo uso de um ábaco (Azevedo Neto - Fig.30-11) se determina facilmente para cada trecho, o valor do produto  $1,85 h/Q$ .

Para o caso considerado, a rede foi dimensionada para atender a uma demanda total de 43,45 l/seg (dado do problema). Foram traçados dois anéis, e dimensionados pelo método de Cross, como é mostrado na tabela (XII). O dimensionamento foi feito levando-se em conta o exposto no Ítem (3.3.1) e o conceito de comprimento equivalente, obedecendo a sequência mostrada a seguir.

Considerando o esquema mostrado na figura (13), foram escolhidos como ponto-morto, os pontos 6 e 10 e feito a distribuição inicial de vazões através de cada trecho da rede, considerando como positivo o sentido horário, dentro de cada circuito, como se vê na tabela (XII).

Com a distribuição de vazões pré-estabelecidas, e obedecendo os limites de velocidades e vazões indicados na tabela (IV), foram selecionados os diâmetros para cada trecho, sendo adotado nos dois anéis, o diâmetro mínimo de 75mm (3 pol.).

Conhecidos então o comprimento, a vazão inicial, o

diâmetro e o coeficiente de atrito, se inicia o cálculo das correções de vazão utilizando a planilha de cálculo (tabela (XII)), obedecendo a sequência a seguir.

Para que se possa acompanhar melhor a mecânica do desenvolvimento do cálculo, foi considerado um trecho no anel (11-8) como exemplo para o desenvolvimento passo a passo.

- a) Coluna (1) - identifica o número do circuito ou anel (I).
- b) Coluna (2) - identifica os diversos trechos do circuito (11-8).
- c) Coluna (3) - identifica os comprimentos dos diversos trechos do circuito, tirados da planta (85m).
- d) Coluna (5) - identifica a distribuição inicial de vazões em cada trecho (16,23 l/seg).
- e) Coluna (6) - identifica os diâmetros assumidos para cada trecho (110mm).
- f) Coluna (4) - nesta coluna são lançados os comprimentos equivalentes em tubulação de 200 mm (8 pol.). Para determinar os diâmetros equivalentes procede-se como se vê a seguir. Conhecido o diâmetro da tubulação obtém-se um fator de transformação usando-se uma tabela (ver Azevedo Neto - Figura 30-11). O comprimento equivalente para um trecho qualquer é o produto do comprimento real da tubulação pelo fator encontrado. Para o exemplo tem-se: diâmetro 110mm, comprimento 85m, para estas condições o fator obtido na tabela citada é 29. O comprimento equivalente em tubulação de 200mm será o produto  $85 \times 29 = 2.465$  m. Isto significa dizer que 2.465m de tubulação de 200mm produz a mesma perda de carga que 85m de tubulação de 110mm.

- g) Coluna (7) - nesta coluna são lançados os valores da perda de carga para cada trecho, determinada a partir da vazão inicial e do comprimento equivalente, utilizando-se um ábaco (ver Azevedo Neto - figura 30-11).
- h) Coluna (8) - aí são lançados os valores do produto  $1,85 h/Q$ , obtidos diretamente do ábaco acima citado, obtendo-se na mesma operação no ábaco o valor da perda de carga correspondente.

OBS.: Todas as operações até aqui indicadas, devem ser feitas para todos os trechos de cada circuito.

- i) Coluna (9) - nesta coluna são lançados os valores da correção  $\Delta Q$  calculado pela equação (3.90). Se o trecho considerado for comum a dois circuitos, o valor  $\Delta Q$  nesse trecho será a soma algébrica dos  $\Delta Q$  no circuito considerado e no circuito adjacente, sendo neste com o sinal trocado. No caso da aplicação temos o trecho 11-8, comum aos dois circuitos, sendo os  $\Delta Q$  iguais a 0,13 e 0,01 para os circuitos I e II respectivamente. Neste caso, o valor  $\Delta Q$  considerado será
- $$\Delta Q = 0,13 - 0,01 = 0,12$$
- j) Coluna (10) - nesta coluna são registradas as vazões corrigidas para cada trecho. Essa vazão é o resultado da soma da vazão anterior (ou inicial) no trecho, mais a correção  $\Delta Q$ . No caso do trecho considerado como exemplo, tem-se  $Q_1 = Q_0 + \Delta Q = 16,23 + 0,12 = 16,35 \text{ l/seg.}$

Daí por diante repete-se as operações feitas para as colunas 7, 8 e 9, até que o valor da correção  $\Delta Q$  seja menor ou igual a um termo de comparação previamente estabelecido. No

caso da aplicação (trecho 11-8), foram obtidos como resultados finais  $\Delta Q_1 = 0,01$ ,  $\Delta Q_2 = 0,05$  e  $Q = 16,31$  l/seg.

Para concluir o dimensionamento, são determinados para todos os nós nos circuitos, as cotas piezométricas e as pressões disponíveis em cada nó da rede, que são calculados considerando-se o nível médio de água no reservatório, as perdas de carga em cada trecho e as cotas do terreno em cada nó, dispondo estes resultados como é mostrado na tabela (XIII).

#### 4.3.3 - Método Proposto

Como já foi mencionado anteriormente, o método proposto neste trabalho, basicamente consiste da linearização e solução de um sistema de equações formado a partir da aplicação da equação (3.91) de Hazen-Williams e do conceito de continuidade em cada nó.

Os dados de entrada para o programa de computador, consistem de dados geométricos, dados hidráulicos e custo. Todos os dados necessários para a solução do problema apresentado neste trabalho, estão dispostos nas tabelas (XIV) e (XV), e são obtidos obedecendo a sequência apresentada a seguir.

Inicialmente devem ser numerados todos os nós, de tal modo que o número de maior valor corresponda ao nó contíguo ao reservatório, e deve ser estabelecida a pressão mínima desejada na rede.

Conhecidas as demandas  $Q_i$  concentradas em cada nó, estima-se a vazão total de abastecimento  $Q$ , correspondente à soma dos valores  $Q_i$ .



Com a vazão  $Q$  conhecida, determina-se a perda de carga no trecho que vai do reservatório ao primeiro nó da rede, (no caso  $\Delta h = 0,21\text{m}$ ).

Assume-se os diversos diâmetros através dos trechos, e a cada diâmetro associa-se o custo por unidade de comprimento e o coeficiente de resistência correspondente ao material das tubulações.

Assume-se para cada nó da rede, valores iniciais para as pressões disponíveis  $H_i$ .

Finalmente, da planta da rede, figura (13) obtêm-se os comprimentos de cada trecho e a cota do terreno em cada nó.

Com todos os dados do problema, um programa de computador realiza as operações de cálculo, dentro da seguinte ordem:

- 1 - Escreve as equações e calcula o fator de resistência da tubulação à admitência para cada trecho da rede, utilizando-se das equações (3.93) e (3.96), respectivamente.
- 2 - Escreve as equações de equilíbrio para cada nó da rede formando o sistema de equações simultâneas (3.98).
- 3 - Resolve o sistema de equações, utilizando-se de qualquer método, no caso foi usado o método de Gaus-Seidl para solução de sistemas de equações lineares, obtendo como resultado um conjunto de soluções correspondentes às pressões em cada nó.
- 4 - Compara essas pressões calculadas com as pressões estabelecidas inicialmente. Se a diferença for maior que um certo

limite previamente estabelecido, repete-se o processo a partir do passo (1), usando para isto as pressões calculadas no passo (3). A repetição do processo se realiza até que o equilíbrio das pressões se verifique.

- 5 - Com as pressões em cada nó definidas, vem o cálculo da vazão em cada trecho, utilizando-se das equações (3.93) e (3.93). De acordo com o valor das pressões, define-se a direção do escoamento em cada trecho da rede.
- 6 - Finalmente, conhecidas as pressões disponíveis e a cota do terreno em cada nó, e a perda de carga no trecho que liga o reservatório ao primeiro nó, se calcula a cota do nível d'água no reservatório, as cotas piezométricas em cada nó, a perda de carga em cada trecho e as pressões finais disponíveis na rede. Os resultados obtidos são apresentados nas tabelas (XVI) e (XVII).

#### 4.3.4 - Discussão dos Resultados Obtidos

Com os resultados obtidos pela aplicação dos métodos apresentados é possível observar o seguinte:

- 1 - Com os mesmos diâmetros assumidos no método tradicional (Tab. XII), utilizando o método de Marlow, chega-se a resultados mais razoáveis. Comparando os resultados obtidos nos dois casos, verifica-se que as pressões disponíveis (Tab. XVII) estão sempre dentro do limite de pressão mínima pré-estabelecido, no caso 10 m.c.a.
- 2 - As cotas piezométricas (Tab. XVII) são inferiores às registradas no método tradicional, proporcionando uma diminuição, na altura do reservatório, de quase dois metros.

3 - Aplicando-se uma variação nos dados de entrada do problema, foi verificado o seguinte:

- a) Com a redução da dimensão de alguns diâmetros (Tab. XV-1) verifica-se uma elevação na altura do reservatório, motivado pelo aumento das perdas de carga nas tubulações reduzidas, podendo ser verificado se há vantagem econômica entre a redução das tubulações e a elevação do reservatório.
- b) Mantidos os mesmos diâmetros no sistema, por meio de uma análise de sensibilidade, verificou-se que qualquer que seja a magnitude das pressões iniciais assumidas, Tab. XIV, as pressões finais serão as mesmas.

4 - Com relação à simplicidade de aplicação, o método proposto é, sem dúvida, mais conveniente pois o calculista inicialmente se limitará apenas a uma distribuição coerente de diâmetros, de acordo com a vazão total e a atribuição de pressões iniciais, em cada nó.

Anel	Trecho	L (m)	L' (m)	Q <sub>o</sub> (L/s)	D (mm)	$\frac{h_o}{Q_o}$ (m)	$1,85 \times \frac{h_o}{Q_o}$	$\Delta Q_o$	Q <sub>s</sub> (ℓ/s)	h <sub>1</sub> (m)	$1,85 \times \frac{h_1}{Q_1}$	$\Delta Q_1$	Q (ℓ/s)	h (m)	V (m/s)
I	11-8	85	2465	16,23	110	3,46	394	$\frac{0,13}{-0,01}$	16,35	3,50	396	$\frac{0,01}{-0,05}$	16,31	3,49	2,49
I	8-9	190	5510	5,23	110	0,98	341	0,13	5,44	1,02	345	0,01	5,45	1,03	0,70
I	9-10	180	21600	1,36	85	0,27	367	0,13	1,49	0,32	397	0,01	1,50	0,32	0,32
I	10-3	135	16200	-0,40	85	-0,02	93	0,13	-0,27	-0,01	69	0,01	-0,26	-0,01	0,06
I	3-2	105	12600	-4,02	85	-1,16	534	0,13	-3,89	-1,10	523	0,01	-3,88	-1,09	0,82
I	2-1	90	2610	-5,88	110	-0,56	176	0,13	-5,75	-0,54	174	0,01	-5,74	-0,53	0,74
I	1-11	215	873	-25,36	160	-3,24	236	$\frac{0,13}{-0,01}$	-25,24	-3,21	235	$\frac{0,01}{-0,05}$	-25,28	-3,22	1,52
						-0,27	2141			-0,02	2139				
						$\Delta_o = 0,13$			$\Delta_1 = 0,01$						

Tabela XII - Planilha de cálculo para rede malhada , Hardy Cross

Anel	Trecho	L (m)	L' (m)	Q <sub>o</sub> (L/s)	D (mm)	h <sub>o</sub> (m)	1,85x h <sub>o</sub> /Q <sub>o</sub>	ΔQ <sub>o</sub>	Q <sub>s</sub> (ℓ/s)	h <sub>1</sub> (m)	1,85x h <sub>1</sub> /Q <sub>1</sub>	ΔQ <sub>1</sub>	Q (ℓ/s)	h (m)	V (m/s)
II	11-1	215	873	25,36	160	3,24	326	$\frac{0,01}{-0,13}$	25,24	3,21	235	$\frac{0,05}{-0,01}$	25,28	3,22	1,51
II	1-4	140	568	17,53	160	1,07	113	0,01	17,54	1,07	113	0,05	17,59	1,08	1,06
II	4-5	150	609	14,71	160	0,83	104	0,01	14,72	0,83	104	0,05	14,77	0,84	0,89
II	5-6	150	1485	3,71	140	0,12	60	0,01	3,72	0,12	60	0,05	3,77	0,13	0,30
II	6-7	135	3915	1,19	110	-0,04	62	0,01	- 1,18	-0,04	62	0,05	- 1,13	-0,04	0,14
II	7-8	220	6380	6,77	110	-1,77	482	0,01	- 0,76	-1,77	484	0,05	- 6,71	-1,74	0,80
II	8-11	85	2465	-16,23	110	-3,46	394	$\frac{0,01}{-0,13}$	-16,35	-3,50	386	$\frac{0,05}{-0,01}$	-16,31	-3,49	2,01
						-0,01	1453			-0,08	14,54				
						Δ <sub>o</sub> = 0,007				Δ <sub>1</sub> = 0,05					

Tabela XII - Planilha de cálculo para rede malhada, Hardy Cross

PONTO DE CARGA	COTA DO TERRENO (m)	COTA PIEZOMÉTRICA (m)	PRESSÃO DISPONÍVEL (m)	OBSERVAÇÃO
RESERV. N.A. MED.	5,11	20,31	15,20	Reservatório
01	5,00	16,88	11,88	Nó da malha
02	4,50	16,35	11,85	Nó da malha
03	4,00	15,26	11,26	Nó da malha
04	5,00	15,80	10,80	Nó da malha
05	5,00	14,96	9,96	Nó da malha
06	5,00	14,83	9,83	Nó da malha
07	5,00	14,87	9,87	Nó da malha
08	5,00	16,61	11,61	Nó da malha
09	3,50	15,58	12,08	Nó da malha
10	4,00	15,26	11,26	Nó da malha
11	5,00	20,10	15,10	Nó da malha

Tabela XIII - Pressões disponíveis na rede.

Nº	DESCARGA (L/S)	COTA DO NÓ (M)	PRESSÃO TOTAL ASSUMIDA (M)
1	1,95	5,00	22,00
2	1,86	4,50	22,50
3	3,62	4,00	23,50
4	2,82	5,00	22,80
5	11,00	5,00	21,50
6	4,90	5,00	21,00
7	5,58	5,00	20,00
8	4,15	5,00	22,00
9	3,95	3,50	21,40
10	1,76	4,00	21,00
11	1,86	5,00	24,20

TABELA XIV - Dados iniciais para o cálculo de rede em malhas.

-TRECHO		CARAC. GEOM. DO TRECHO			CUSTO P/M
INIC.	FIN.	DIAM. (M)	COMP. (M)	COEF. (C)	
11	1	0,160	215,00	140	145,04
11	8	0,110	85,00	140	84,11
3	2	0,085	105,00	140	71,18
2	1	0,110	90,00	140	84,11
1	4	0,160	140,00	140	145,04
4	5	0,160	150,00	140	145,04
5	6	0,140	150,00	140	118,59
6	7	0,110	135,00	140	84,11
7	8	0,110	220,00	140	84,11
8	9	0,110	190,00	140	84,11
9	10	0,085	180,00	140	71,18
3	10	0,085	135,00	140	71,18

TABELA XV - Dados iniciais para cálculo de rede em malhas.

TRECHO		VAZÃO (L/S)
MONTANTE	JUZANTE	
01	02	5,98
01	04	18,00
11	1	26,10
2	3	4,08
3	10	0,08
4	5	15,06
5	6	3,82
7	6	1,23
8	7	6,84
8	9	5,68
11	8	16,70
9	10	1,69

TABELA XVI - Vazões obtidas e direção do escoamento em cada trecho.

Nº	PERDAS (R-Nº)	LINHA PIEZOMÉT.	COTA TERRENO	PRESSÃO DISPONÍVEL
1	2,3	16,3	5,0	11,3
2	2,7	16,0	4,5	11,5
3	3,4	15,2	4,0	11,2
4	3,0	15,6	5,0	10,6
5	3,6	15,1	5,0	10,1
6	3,7	15,0	5,0	10,0
7	3,6	15,0	5,0	10,0
8	2,5	16,2	5,0	11,2
9	3,2	15,5	3,5	12,0
10	3,4	15,2	4,0	11,2
11	0,2	18,4	5,0	13,4

TABELA XVII - Resultados obtidos: Perda de carga, Linha piezo-  
métrica e Pressão em cada nº.

COTA DO RESERVATÓRIO. = 18,70 m.



TRECHO		CARAC. GEOM. DO TRECHO			CUSTO P/m
INIC.	FIN.	DIAM. (m)	COMP. (m)	COEF. C	
11	1	0,160	215,00	140	145,04
11	8	0,160	85,00	140	145,04
3	2	0,085	105,00	140	71,18
2	1	0,110	90,00	140	84,11
1	4	0,110	140,00	140	84,11
4	5	0,110	150,00	140	84,11
5	6	0,110	150,00	140	84,11
6	7	0,085	135,00	140	71,18
7	8	0,110	220,00	140	84,11
8	9	0,110	190,00	140	84,11
9	10	0,085	180,00	140	71,18
3	10	0,085	135,00	140	71,18

TABELA XVIII - Dados iniciais para cálculo da rede em malhas.  
(diâmetros variando em relação à Tab. XV).

TRECHO		VAZÃO (L/S)
MONTANTE	JUZANTE	
1	2	4,87
1	4	13,17
11	1	20,12
2	3	3,00
10	3	0,66
4	5	10,33
6	5	0,95
7	6	5,85
8	7	11,43
8	9	6,36
11	8	22,04
9	10	2,41

TABELA XIX - Vazões obtidas e direção do escoamento em cada trecho (Usando dados da Tab. XVIII).

Nº	PERDAS (R-Nº)	LINHAS PIEZOMÉT.	COTA TERRENO	PRESSÃO DISPONÍVEL
1	1,5	19,1	5,0	14,1
2	1,8	18,8	4,5	14,3
3	2,2	18,4	4,0	14,4
4	4,0	16,7	5,0	11,7
5	5,6	15,0	5,0	10,0
6	5,6	15,0	5,0	10,0
7	3,8	16,8	5,0	11,8
8	0,8	19,8	5,0	14,8
9	1,7	18,9	3,5	15,4
10	2,2	18,5	4,0	14,5
11	0,2	20,4	5,0	15,4

TABELA XX - Resultados obtidos: Perda de carga, Linha Piezométrica e Pressão Disponível em cada nº (usando dados das Tabelas XIV e XVIII).

## V - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Da análise das técnicas apresentadas no capítulo III, juntamente com os resultados obtidos nas aplicações no Capítulo IV, é possível chegar às seguintes conclusões:

- a) No dimensionamento de adutoras por recalque, para as pequenas vazões, qualquer dos métodos apresentados leva a resultado satisfatório, podendo portanto ser utilizada diretamente a fórmula de Bresse. No caso de grandes vazões, o fator custo operacional é de grande importância para obtenção de resultados ótimos.
- b) Para o caso das redes ramificadas, os métodos propostos levam a resultados mais econômicos, isto se deve certamente ao fato de estes métodos considerarem, em seu desenvolvimento, o fator custo, o que não ocorre no método tradicional. O método de programação linear, embora leve a resultados ótimos, sua aplicação a pequenas redes pode não ser conveniente no sentido prático.
- c) Para o caso da rede em malha, embora o método proposto não considere, no seu desenvolvimento, o fator custo, verifica-se que os resultados obtidos são mais satisfatórios que no método tradicional, podendo-se mesmo obter resultados ótimos utilizando-se de várias alternativas nos dados de entrada, num processo de simulação.

Visando possíveis aplicações e melhorias do presente trabalho, as seguintes recomendações podem ser sugeridas:

- a) No caso do método da despesa anual para dimensionamento de

adutoras, os coeficientes  $A_0$ ,  $A_1$  e  $A_2$  devem ser reestudados a fim de se enquadrarem às novas classificações atualmente adotadas pelos fabricantes de tubulações de ferro fundido. (Quando da elaboração do presente trabalho, a classificação das tubulações citadas eram mantidas pela Companhia Ferro Brasileiro, para diâmetros de até 700mm).

- b) Considerar a aplicação do método de programação linear em rede ramificada suprida por mais de uma fonte, uma vez que a validade do mesmo tem se verificado para redes com apenas um ponto de suprimento.
- c) Estudar a otimização de rede em malha utilizando-se da técnica de programação linear.
- d) Estudar o caso de se considerar bombas e válvulas redutoras de pressão incorporados à rede de distribuição.
- e) Estudar o caso de ampliação de um sistema em uso, (ramificado e malhado) e utilização de múltiplos reservatórios.

BIBLIOGRAFIA

- 01 - ALPEROVITS, E. e Shamir, U., "Design of optimal Water Distribution Systems", Water Resources Research, v.13, nº 6, 1977.
- 02 - ASSY, Tufi M.; Sanchez, Milton Gonçalves e Yudenitsch, Alexandre, "Método de Cálculo das Redes Hidráulicas por Computador Eletrônico Digital", Revista DAE. Nº 72, 1969.
- 03 - ASSY, Tufi M., "Dimensionamento Técnico-Econômico das Redes Hidráulicas Ramificadas", Revista DAE. Nº 97, 1974.
- 04 - AVELAR, Vicente A. Barbante, "Programa para o Cálculo de Redes de Abastecimento de Água com auxílio de Computador Eletrônico Digital", Revista DAE. Nº 74, 1969.
- 05 - AZEVEDO NETO, J.M. e Alvarez, G.A., "Manual de Hidráulica", Editora Edgard Blücher, 1973.
- 06 - CALHOUN, Charles, A., "Optimization of Pipe System by Linear Programing", Colorado State University - Fort Collins, 1970.
- 07 - CARNEIRO, Bernardino Pinto. "Otimização dos Custos de uma Instalação de Reçalque", Revista DAE, Nº 104, 1976.
- 08 - CASE, Kenneth E. e White, John A., "A Linear Programing Formulation of a Water Supply Problem", AIIE Transactions, V. 4, Nº 2, 1972.
- 09 - CAUVIN, A. e Didier, G., "Distribucion de Agua en las Aglomeraciones", Editora Reverté S.A., 1964.

- 10 - COWAN, J., "Checking Trunk Main Design for Cost-Effectiveness", Water and Water Engineering, V. 75, Nº 908, 1971.
- 11 - CENEDESE, Antônio e Mele, Paolo. "Optimal Design of Water Distribution Networks", Journal of the Hydraulics Division - ASCE, V. 104, Nº HY2, 1978.
- 12 - CENSA - Projeto de Abastecimento de Água para as cidades de Ponta de Pedras e Igarapé Mirim - Pará, 1976.
- 13 - DACACH, Nelson Gandur, "Sistemas Urbanos de Água", Editora Livros Técnicos e Científicos, 1975.
- 14 - DEB, Arun, K. e Sarkar, Asok K., "Optimization in Design of Hydraulic Network", Journal of the Sanitary Engineering Division - ASCE, V. 97, Nº SA2, 1971.
- 15 - DEB, Arun K. "Least Cost Design of Water Main System in Series", Journal of the Environmental Engineering Division - ASCE, V. Nº EE3, 1973.
- 16 - DEB, Arun K., "Least Cost Design of Branched Pipe Network System", Journal of the Environmental Engineering Division - ASCE, V. 100, Nº EE4, 1974.
- 17 - GARCEZ, Lucas Nogueira, "Elementos de Mecânica dos Fluidos e Hidráulica", Editora Globo, 1960.
- 18 - GUPTA, Ishwar, "Linear Programing Analysis of a Water Supply System", AIIE Transactions, V. 1, Nº 1, 1969.
- 19 - GUPTA, Ishwar, Hassan, M. Zia e Cook, John, "Linear Programing Analysis of a Water Supply Systems with Multiple Supply Points", AIIE Transactions, V. 4, Nº 3, 1972.

- 20 - JACOBY, Shmuel, L.S., "Design of Optimal Hidraulic Networks", Journal of the Hidraulics Division-ASCE, V.94, Nº HY3, 1968.
- 21 - JATAHY, Carlos Maurício F., "Modelos Matemáticos para Cálculo de Rede de Abastecimento de Água Através de Computador", VII Congresso Brasileiro de Engenharia Sanitária, 1973.
- 22 - KARMELI, David; Gadish, Y. e Meyers, S., "Design of Optimal Water Distribution Networks", Journal of the Pipeline Division - ASCE, V.
- 23 - KNOWLES, Thomaz W., Gupta, Ishwar Hassan, M. Zia, "Decomposition of Water Distribution Networks", AIIE Transactions, V. 8, Nº 4, 1976.
- 24 - KUIPER, Edward, "Water Resources - Project Economies", 1971.
- 25 - MAGNANI, José Romildo, "Determinação do Diâmetro mais Econômico de Adutoras e Emissários por Recalque", Revista DAE, Nº 113, 1977.
- 26 - MARLOW, Thomas A.; Hardison, R. Logan; Jacobson, Henry e Biggs Gilbert E., "Improved Design of Fluids Networks with Computers", Journal of the Hydraulics Division - ASCE, V. 92, Nº HY4, 1966.
- 27 - MARTINS, José A.; Azevedo Neto, J.M.; Puppi, I.C.; Franco, Pedro N.C. e B. Neto, Francisco, "Planejamento de Sistemas de Abastecimento de Água", 1973.
- 28 - MORAES, José C. Dias de; Nunes, Angelo A.R. e Moraes, José F. Dias de, "Considerações sobre os Tubos de Ferro Fundido Nacionais", Revista DAE, Nº 74, 1969.

- 29 - OBANDO, Felix Eduardo Vaca, "Sistema de Programação Matemática para Sistemas de Grande Porte - TEMPO", COPETEC-UFRJ, 1977.
- 30 - PACITTI, Tercio e Atkinson, Cyril P., "Programação e Métodos Computacionais", Editora Livros Técnicos e Científicos, 1978.
- 31 - PRADO, Darci, "Introdução à Programação Linear", U.F.M.G., 1974.
- 32 - PUCCINI, Abelardo de Lima, "Introdução a Programação Linear" - Editora Livros Técnicos e Científicos, 1978.
- 33 - RAMAN, V. e Raman, S., "New Method of Solving Distribution System Network Based on Equivalent Pipe Lengths", Journal of the AWWA, V. 58, Nº 5, 1966.
- 34 - SCHAAKKE, J.C. Jr., "Linear Programming and Dynamic Programming Applications to Water Distributions Networks Design", Report Nº 116, Hydrodynamics Laboratory M.I.T., 1969.
- 35 - SHIMIZU, Tamio, "Simulação em Computador Eletrônico", 1975.
- 36 - SWAMEE, P.K.; Virendra, Kumar e Khanna, P., "Optimization of Dead End Water Distribution System", Journal of the Environmental Engineering Division - ASCE, V. 99, Nº EE", 1973.
- 37 - SWAMEE, P.K. e Khanna, P., "Equivalent Pipe Methods for Optimizing Water Networks - Facet and Fallacies", Journal of the Environmental Engineering Division - ASCE, V. Nº EE1, 1974.



- 38 - TELES, Enio Gançalves, "Novo Processo para Determinação do Diâmetro mais econômico para Adutoras de Recalque", Revista DAE, Nº 65, 1967.
- 39 - TONG, A.L., "Analysis of Distribution Networks by Balancing Equivalents Pipe Lengths", Journal AWWA, V. 53, Nº 2, 1961.
- 40 - TUNG, Liang, "Design Conduits Systems by Dynamic Programming", Journal of the Hydraulics Division - ASCE, V. 97, Nº HY3, 1971.
- 41 - VIBERT, A., "Le Diametre Optimun des Conduites de Refoulement", Genie Civil, 1948.
- 42 - VILLELA, Swami Marcondes e Cuomo, Angelo Raffaele, "Dimensionamento Econômico de Tubulações de Recalque", EESC, 1961.